LIVRET DE REVISION POUR LES MATHS EN PREMIERE

Afin d'aborder la spécialité maths et les maths en première générale ou technologique dans de bonnes conditions, je vous propose ce livret d'exercices.
Il a plusieurs buts :

- T'entrainer sur des calculs de base que tu dois maitriser à l'entrée de la première.
- T'apprendre à chercher des exercices non vus en classe.
- Te faire réviser les notions essentielles de la classe de seconde.

Certains exercices sont difficiles (marqués ***), c'est en t'entrainant que tu y arriveras, il faut donc persévérer et ne pas te décourager. Tu peux utiliser ce livret tout au long des vacances, en revenant sur les exercices que tu n'as pas réussis.

J'ai conscience que cette année a été particulière et que tu n'as peut-être pas traité tous les points abordés. Ne t'inquiète pas :

- Tu peux utiliser ton cours et les exercices faits cette année en les récupérant dans l'espace de travail de ton école directe : « mathématiques 2D4 ». Tu peux également retrouver les cours et vidéos sur le site maths et tiques de Yvan Monka : 2nde (maths-et-tiques.fr)
- Tu peux visionner les vidéos proposées (au début de chacune des parties). Pour cela il te suffit de cliquer sur l'intitulé du thème souhaité **dans le document en PDF** envoyé sur école directe. (Ne pas oublier de l'enregistrer)
- Tu peux aussi refaire les évaluations faites en seconde et les devoirs kwyk jusqu'au 31 août.
- Je te propose également un site avec d'autres exercices corrigés : Exercices de mathématiques corrigés en seconde (annales2maths.com)

Bon courage et bonnes vacances.

Sommaire

Pour la rentrée, le lycée recommande aux élèves de premières spécialité Maths de se procurer une calculatrice graphique Texas : « TI 82 Advanced édition Python »

PARTIE 1. CALCULS. A FAIRE SANS CALCULATRICE

Des vidéos pour vous aider

- Réduire au même dénominateur
- Réduire les racines carrées 1
  Réduire les ravines carrées 2
- Développer une expression 1
  Développer une expression 2
- Factoriser une expression1
  Factoriser une expression 2
  Factoriser une expression 3
- Résoudre une équation
- Résoudre une équation produit 1 Résoudre une équation produit 2
- Résoudre une inéquation
- Dresser un tableau de signes
- Résoudre une inéquation produit
- Résoudre une inéquation quotient

I. Fractions *

Sans la calculatrice, calculer et donner la réponse sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} - \frac{3}{20} \qquad B = \frac{1+\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{3}} \qquad C = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$$

II. Racines carrées. *

1) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a un nombre réel et b un nombre entier naturel.

$$A = \sqrt{32} \qquad B = 2\sqrt{32} - 4\sqrt{18} + 3\sqrt{8} \qquad C = \frac{\sqrt{50} \times 2\sqrt{28}}{\sqrt{14} \times 20}$$

2) Ecrire sans racine au dénominateur les nombres suivants. Puis vérifier à la calculatrice

Méthode : pour écrire sans racine au dénominateur, on multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée du dénominateur. La quantité conjuguée de $2+\sqrt{2}$ est $2-\sqrt{2}$

Exemples : $\frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{8}$

$$\frac{2+\sqrt{3}}{4+\sqrt{2}} = \frac{(3+\sqrt{3})(4-\sqrt{2})}{(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4^2-\sqrt{2^2}} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{16-2} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{14}$$

$$D = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}} \qquad E = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad F = \frac{\sqrt{5}+1}{2-\sqrt{5}}$$

III. Quotients. **

Réduire au même dénominateur et simplifier.

Attention : on ne développe pas le dénominateur.

$$A = \frac{x+3}{x} - \frac{x}{3} \qquad B = \frac{x+2}{3x+4} + \frac{3x+2}{2x} \qquad C = \frac{x+3}{2x+7} - \frac{x-2}{x-1}$$

IV. Développements. *

Développer et réduire :

$A = (2x - 1)(x + 2) - (2x - 1)(4x + 7)$

$B = (2x + 3)^2 - (4x + 7)^2$

$C = x^2 + 2x + 1 - (x + 1)(3x + 4)$

$D = (x + 1)(4x + 5) + (2x + 3)(2x - 3)^2$

V. Factorisations. *

Factoriser :

$A = (2x - 1)(x + 2) - (2x - 1)(4x + 7)$

$B = 4x^2 - 8x + 4$

$C = (2x + 3)^2 - (4x + 7)^2$

$D = x^2 + 2x + 1 - (x + 1)(3x + 4)$

$E = (x + 1)(4x + 5) + 16x^2 - 25$

VI. Equations et inéquations. *

1. Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{1}{3}x + \frac{3}{5} = \frac{2}{9}x + 3$

b. $(2x + 4)(3x + 7) = 0$

c. $(x + 2)(x + 4) = (x + 2)(-3x + 7)$

d. $x^2 + 3x + 7 = 7$

e. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

f. $\frac{2x+3}{4x-2} = 0$ **

g. $\frac{4x+1}{2x+2} = \frac{2x+3}{x+4}$ **

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(3x + 2)(-4x + 5) > 0$

b. $(5 - x)(2x + 3) \geq (4x - 1)(5 - x)$

c. $5(3x - 2) \leq (3x - 2)^2$ **

d. $\frac{3x - 4}{-x + 8} \leq 0$

e. $\frac{x+2}{x+3} > \frac{x+7}{x-2}$ **

f. $5 < \frac{2x+7}{x-6}$ **

VII. Puissances.

Règles de calcul : Soient a et b des nombres réels. Soient n et p des nombres entiers naturels. On a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n\ fois} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p} \qquad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \qquad (a^n)^p = a^{n \times p}$$

1) Ecrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible : *

$A = 7^{-1}$ $\qquad$ $B = 2^3 \times 3^2$ $\qquad$ $C = \frac{2^5}{2^9}$

2) n est un entier. Simplifier au maximum. ***

Exemple : $E = 7^n + 7^{n+1} = 7^n + 7^n \times 7^1 = 7^n(1 + 7) = 7^n \times 8$

$A = \frac{2 \times 3^{n+1}}{2 \times 3^n}$ $\qquad$ $B = 5 \times 3^{n+1} - 5 \times 3^n$ $\qquad$ $C = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n}$ $\qquad$ $D = 8 \times 5^n - 5^{n+1}$

PARTIE 2. FONCTIONS.

Des vidéos pour aider :

- Lire graphique l'image ou un antécédent
- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation
- Dresser un tableau de variations à partir d'un graphique
- Déterminer les variations d'une fonction
- Représenter une fonction affine
- Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine

I. * Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 5x + 3$ et C_f sa courbe représentative dans un repère.

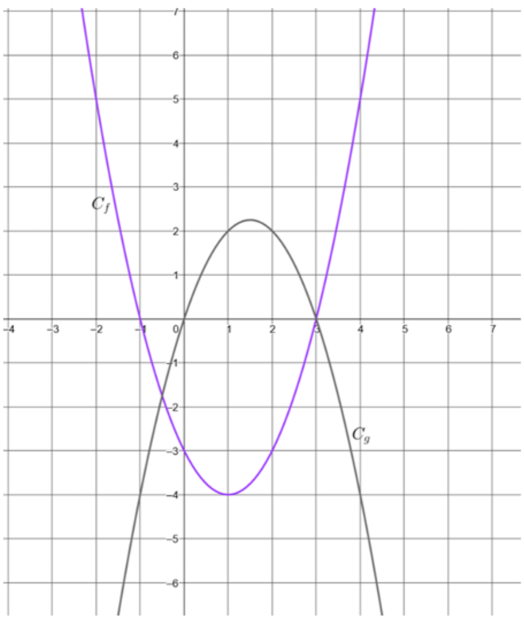
1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer, à la main, les images par f de 3 ; – 4 et $1+\sqrt{2}$.
3. Le point A(– 3 ; 27) appartient-il à C_f ?
4. Quelle est l'ordonnée du point de C_f d'abscisse 3 ?

II. * Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{2x+5}{x-3}$. Quel est l'ensemble de définition de f?

III. * Voici le tableau de variation d'une fonction f :

x	– 4		– 2		0		2		5
$f(x)$	1	↗	5	↘	– 3	↗	8	↘	1

1. Quel est l'ensemble de définition de f?
2. Combien 0 a-t-il d'antécédents par f?
3. Comparer si possible $f(1)$ et $f(2)$.
4. Comparer si possible $f(3)$ et $f(4)$.
5. Comparer si possible $f(-1)$ et $f(1)$.
6. Comparer si possible $f(-3)$ et $f(2)$.



IV. * On donne ci-contre les courbes de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$.

1) Résoudre graphiquement :
   a. $f(x) = 0$ c. $f(x) \geq g(x)$
   b. $f(x) = g(x)$ d. $g(x) > 0$

2) Dresser le tableau de variations de la fonction f
3) Dresser le tableau de signes de la fonction g.

V. * Recopier et compléter le tableau :

Nom de la fonction	Ensemble de définition	Tableau de variations	Allure de la courbe	Nom de la courbe
Carré				
Inverse				
Racine carré				
Cube				

<u>PARTIE 3. GEOMETRIE.</u> (spé maths)

Des vidéos pour vous aider :

- Calculer les coordonnées d'un milieu
- Calculer la longueur d'un segment
- Lire les coordonnées d'un vecteur
- Calculer les coordonnées d'un vecteur
- Construire un vecteur à partir d'une égalité vectorielle
- Construire un vecteur comme somme de vecteurs
- Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires ou non
- Appliquer le critère de colinéarité pour montrer l'alignement
- Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires à l'aide du déterminant
- Appliquer la relation de Chasles

I. * Dans un repère, on donne A(– 2 ; 3) et B(– 5 ; 1).

1. Calculer AB.

2. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment [AB]

II. Placer quatre points A,B, C et D.

1. * Construire les points P,M, N et O tels que:

$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{CN} = 6\overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA}$

2. *** A l'aide de la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{CD}$.

3. ** Que peut-on dire des droites (AM) et (CN) ? Justifier.

III. ** On se place dans un repère orthonormal. Soient les points : A(3 ;5), B(– 1 ;8), C(3 ;0) et D(2 ;6). $\vec{u}$ est le vecteur de coordonnées (2 ; – 1) et $\vec{v}$ est le vecteur de coordonnées (3 ; m) où m est un réel.

1. Déterminer la valeur de m pour laquelle $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

2. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier.

3. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

4. Déterminer les coordonnées du point I tel que $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AD}$.

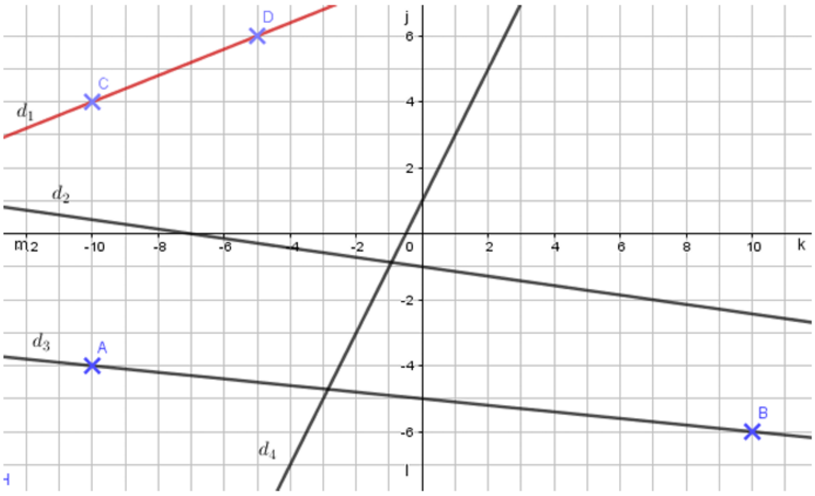
5. Déterminer les coordonnées du point J tel que $\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{CJ}$.

PARTIE 4. DROITES ET SYSTEMES. (spé maths)

Des vidéos pour vous aider :

- Représenter une droite connaissant son équation
- Vérifier si un point appartient à une droite
- Déterminer une équation de droite connaissant deux points
- Déterminer une équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur
- Résolution d'un système par substitution 1 Résolution d'un système par substitution 2
- Résolution d'un système par combinaison 1 Résoudre un système par combinaison 2
- Mettre un problème en équation
- Interpréter graphiquement les solutions d'un système
- Déterminer le nombre de solutions d'un système

I. * Donner le coefficient directeur de chaque droite.



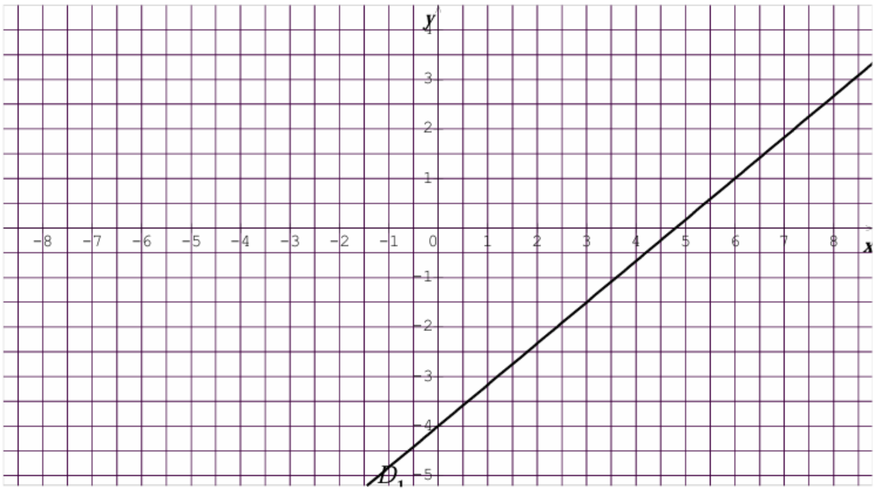
II. * On donne le graphique ci-dessous :

1. Donner une équation de la droite D_1 représentée ci-dessous.

2. Tracer la droite D_2 d'équation $y = \frac{1}{3}x - 1$.

3. Déterminer une équation de la droite D_3 parallèle à D_2 et passant par A(3 ; 5).

4. Déterminer graphiquement, puis par le calcul, les coordonnées du point d'intersection I des droites D_1 et D_2.



III. ** Résoudre les systèmes : $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+5y=7 \end{cases}$; $\begin{cases} 4x-5y=8 \\ 8x-10y=20 \end{cases}$

IV. *** Résoudre le système $\begin{cases} 4x^2+5y^2=58 \\ 3x^2-2y^2=9 \end{cases}$.

V. * Une personne dispose de 12€ de plus qu'une autre. Après avoir dépensé chacune 36€, il reste à la première le double de ce qu'il reste à l'autre. De quelles sommes disposaient-elles au départ ?

PARTIE 5. ALGORITHMIQUE.

I. On considère l'algorithme suivant :

```
Saisir X
Si X > 5
        Alors   X ← 3 + X * X
        Sinon   X ← −2 * X + 1
Fin Si
Afficher X
```

1) Quel résultat obtient-on si on entre la valeur 4 ?
2) Quel résultat obtient-on si on entre la valeur 10 ?
3) Quelle valeur doit-on entrer pour obtenir 11 en sortie de l'algorithme ?

II. On considère l'algorithme suivant :

```
A ← 3
B ← −2
Pour i de 1 à n
     A ← 2A + B
     B ← B − 2A
Fin pour
```

Exécuter cet algorithme lorsque $n = 5$.

Vous pourrez recopier et compléter le tableau ci-dessous

Etapes	A	B
1	3	-2
2		

III. On considère l'algorithme suivant :

```
S ← 50
N ← 0
Tant que S < 20 000
        S ← 1,5 × S − 3
        N ← N + 1
Fin tant que
```

Déterminer la valeur de N en sortie de l'algorithme.

Vous pourrez recopier et compléter le tableau ci-dessous

$\boldsymbol{S}$	50			
$\boldsymbol{N}$	0			
Condition $\boldsymbol{S < 20\,000}$	Vrai			

CORRECTION : Livret de révision pour les Secondes.

• Nombres et calculs (partie 1).

I - Fractions :

$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} - \frac{3}{20} = \frac{1}{15} + \frac{5}{15} - \frac{3}{20} = \frac{6}{15} - \frac{3}{20} = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = \frac{8}{20} - \frac{3}{20} = \frac{5}{20} = \boxed{\frac{1}{4}}$

$B = \frac{1 + \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{7} + \frac{1}{7}}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{8}{7}}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{7 \times 4} = \frac{2 \times \cancel{4} \times 3}{7 \times \cancel{4}} = \boxed{\frac{6}{7}}$

$C = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} - \frac{8}{15} = \frac{10}{15} - \frac{8}{15} = \boxed{\frac{2}{15}}$

II - Racines carrées :

1) Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$.

$A = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$

$B = 2\sqrt{32} - 4\sqrt{18} + 3\sqrt{8}$

$B = 2\sqrt{16 \times 2} - 4\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{4 \times 2}$

$B = 2 \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} - 4 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2} + 3\sqrt{4} \times \sqrt{2}$

$B = 2 \times 4 \times \sqrt{2} - 4 \times 3 \times \sqrt{2} + 3 \times 2 \times \sqrt{2}$

$B = 8\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$\boxed{B = 2\sqrt{2}}$

$C = \frac{\sqrt{50} \times 2\sqrt{28}}{\sqrt{14} \times 20}$

$C = \frac{\sqrt{25 \times 2} \times 2\sqrt{14 \times 2}}{\sqrt{14} \times 20}$

$C = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{2} \times 2 \times \cancel{\sqrt{14}} \times \sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{14}} \times 20}$

$C = \frac{5 \times 2 \times 2}{20} = \frac{20}{20} = \boxed{1}$

2) Écrire sans racine au dénominateur :

$D = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{3}}{3} = \boxed{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{3}}$

$E = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$F = \frac{\sqrt{5} + 1}{2 - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5} + 1)}{(2 - \sqrt{5})} \times \frac{(2 + \sqrt{5})}{(2 + \sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{5} + 5 + 2 + \sqrt{5}}{2^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{4 - 5} = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{-1}$

$\boxed{F = -(7 + 3\sqrt{5}) = -7 - 3\sqrt{5}}$

III - Quotients

Réduire au même dénominateur :

$A = \frac{x+3}{x} - \frac{x}{3} = \frac{3(x+3)}{3x} - \frac{x \times x}{3 \times x} = \frac{3x + 9 - x^2}{3x} = \boxed{\frac{-x^2 + 3x + 9}{3x}}$

$B = \frac{x+2}{3x+4} + \frac{3x+2}{2x} = \frac{(x+2) \times 2x + (3x+2)(3x+4)}{2x(3x+4)} = \frac{2x^2 + 4x + 9x^2 + 12x + 6x + 8}{2x(3x+4)}$

$\boxed{B = \frac{11x^2 + 22x + 8}{2x(3x+4)}}$

$C = \frac{x+3}{2x+7} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{(x+3)(x-1) - (x-2)(2x+7)}{(2x+7)(x-1)} = \frac{x^2 - x + 3x - 3 - (2x^2 + 7x - 4x - 14)}{(2x+7)(x-1)}$

$C = \frac{x^2 + 2x - 3 - 2x^2 - 3x + 14}{(2x+7)(x-1)} = \boxed{\frac{-x^2 - x + 11}{(2x+7)(x-1)}}$

IV. Développements

$A = (2x-1)(x+2) - (2x-1)(4x+7)$

$A = 2x^2+4x-x-2-(8x^2+14x-4x-7)$

$A = 2x^2+3x-2-8x^2-10x+7$

$\boxed{A = -6x^2-7x+5}$

$B = (2x+3)^2 - (4x+7)^2$

$B = 4x^2+12x+9-(16x^2+56x+49)$

$B = 4x^2+12x+9-16x^2-56x-49$

$\boxed{B = -12x^2-44x-40}$

$C = x^2+2x+1-(x+1)(3x+4)$

$C = x^2+2x+1-(3x^2+4x+3x+4)$

$C = x^2+2x+1-3x^2-7x-4$

$\boxed{C = -2x^2-5x-3}$

$D = (x+1)(4x+5)+(2x+3)(2x-3)^2$

$D = 4x^2+5x+4x+5+(2x+3)(4x^2-12x+9)$

$D = 4x^2+9x+5+8x^3-24x^2+18x+12x^2-36x+27$

$\boxed{D = 8x^3-8x^2-9x+32}$

V. Factorisations

$A = (2x-1)(x+2)-(2x-1)(4x+7)$

$A = (2x-1)[(x+2)-(4x+7)]$

$A = (2x-1)(x+2-4x-7)$

$\boxed{A = (2x-1)(-3x-5)}$

$B = 4x^2-8x+4$

$B = (2x)^2-2\times 2x\times 2+(2)^2$

$\boxed{B = (2x-2)^2}$

$C = (2x+3)^2-(4x+7)^2$

$C = [(2x+3)+(4x+7)][(2x+3)-(4x+7)]$

$\boxed{C = (6x+10)(-2x-4)}$

$D = x^2+2x+1-(x+1)(3x+4)$

$D = (x+1)^2-(x+1)(3x+4)$

$D = (x+1)[(x+1)-(3x+4)]$

$D = (x+1)(x+1-3x-4)$

$\boxed{D = (x+1)(-2x-3)}$

$E = (x+1)(4x+5) + \underline{16x^2-25}$

$E = (x+1)(4x+5) + \underline{(4x+5)(4x-5)}$

$E = (4x+5)[(x+1)+(4x-5)]$

$\boxed{E = (4x+5)(5x-4)}$

VI. Equations et inéquations :

1) Résoudre les équations :

a) $\frac{1}{3}x+\frac{3}{5} = \frac{2}{9}x+3$

$\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}x = 3-\frac{3}{5}$

$\frac{3}{9}x-\frac{2}{9}x = \frac{15}{5}-\frac{3}{5}$

$\frac{1}{9}x = \frac{12}{5}$

$x = \frac{\frac{12}{5}}{\frac{1}{9}}$

$x = \frac{12}{5}\times\frac{9}{1}$

$\boxed{x = \frac{108}{5}}$

$S = \left\{\frac{108}{5}\right\}$

b) $(2x+4)(3x+7) = 0$

Un produit est nul si et seulement si un des deux facteurs est nul.

$2x+4=0$ ou $3x+7=0$

$2x=-4$ $3x=-7$

$x=\frac{-4}{2}$ $x=-\frac{7}{3}$

$x=-2.$

$S = \left\{-2\,;\,-\frac{7}{3}\right\}$

c) $(x+2)(x+4) = (x+2)(-3x+7)$

$(x+2)(x+4) - (x+2)(-3x+7) = 0$

$(x+2)[(x+4) - (-3x+7)] = 0$

$(x+2)(4x-3) = 0$

$x+2 = 0$ ou $4x-3 = 0$

$x = -2$ ou $x = \frac{3}{4}$

$\underline{S = \{-2 ; \frac{3}{4}\}.}$

e) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 = 0$

$(2x-3)^2 = 0$

$2x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$

$\underline{S = \{1,5\}.}$

g) $\frac{4x+1}{2x+2} = \frac{2x+3}{x+4}$

Valeurs interdites :

$2x+2 \neq 0$ donc $x \neq -1$.

$x+4 \neq 0$ donc $x \neq -4$.

Produits en croix :

$(4x+1)(x+4) = (2x+2)(2x+3)$.

d) $x^2 + 3x + 7 = 7$

$x^2 + 3x + 7 - 7 = 0$

$x^2 + 3x = 0$

$x(x+3) = 0$

$x = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = -3$

$\underline{S = \{0 ; -3\}.}$

f) $\frac{2x+3}{4x-2} = 0$

Valeur interdite : $4x - 2 \neq 0$ donc $x \neq \frac{1}{2}$.

$2x + 3 = 0$

$2x = -3$

$x = -\frac{3}{2}$

$-\frac{3}{2}$ n'est pas une valeur interdite donc, $\underline{S = \{-1,5\}.}$

$4x^2 + 16x + x + 4 = 4x^2 + 6x + 4x + 6$

$\cancel{4x^2} + 17x + 4 = \cancel{4x^2} + 10x + 6$.

$17x - 10x = 6 - 4$

$7x = 2$

$x = 2/7$

$2/7$ n'est pas une valeur interdite donc, $\underline{S = \{2/7\}.}$

2) Résoudre les inéquations :

a) $(3x+2)(-4x+5) > 0$

Valeurs qui annulent :

$3x+2 = 0$ donc $x = -2/3$

$-4x+5 = 0$ donc $x = 5/4$

• Tableau de signes

x	$-\infty$		$-2/3$		$5/4$		$+\infty$
$3x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\underline{S =]-\frac{2}{3} ; \frac{5}{4}[}$

b) $(5-x)(2x+3) \geq (4x-1)(5-x)$

$(5-x)(2x+3) - (5-x)(4x-1) \geq 0$

$(5-x)[(2x+3) - (4x-1)] \geq 0$

$(5-x)(-2x+4) \geq 0$

Valeurs qui annulent :

$5 - x = 0$ donc $x = 5$

$-2x+4 = 0$ donc $x = 2$.

• Tableau de signes

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$5-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$-2x+4$		$+$	0	$-$		$-$	
Produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\underline{S =]-\infty ; 2] \cup [5 ; +\infty[}$

c) $5(3x-2) \leq (3x-2)^2$

$5(3x-2) - (3x-2)^2 \leq 0$

$(3x-2)[5 - (3x-2)] \leq 0$

$(3x-2)(-3x+7) \leq 0$

Valeurs qui annulent :

$3x - 2 = 0$ donc $x = 2/3$

$-3x + 7 = 0$ donc $x = 7/3$

• Tableau de signes

x	$-\infty$		$2/3$		$7/3$		$+\infty$
$3x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$-3x+7$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\underline{S =]-\infty ; 2/3] \cup [7/3 ; +\infty[}$

d) $\dfrac{3x-4}{-x+8} \leq 0$

Valeur interdite :

$-x+8 \neq 0$ donc $x \neq 8$

Valeur qui annule :

$3x-4=0$ donc $x = 4/3$

• Tableau de signes.

x	$-\infty$		$4/3$		8		$+\infty$
$3x-4$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+8$		$+$		$+$	0	$-$	
quotient		$-$		$+$	‖	$-$	

$S =]-\infty ; 4/3] \cup]8 ; +\infty[$

e) $\dfrac{x+2}{x+3} > \dfrac{x+7}{x-2}$

Valeurs interdites : $x \neq -3$ et $x \neq 2$.

$\dfrac{x+2}{x+3} - \dfrac{x+7}{x-2} > 0$

$\dfrac{(x+2)(x-2)-(x+7)(x+3)}{(x+3)(x-2)} > 0$

$\dfrac{x^2-4-(x^2+3x+7x+21)}{(x+3)(x-2)} > 0$

$\dfrac{x^2-4-x^2-10x-21}{(x+3)(x-2)} > 0$

$\dfrac{-10x-25}{(x+3)(x-2)} > 0$

Valeur qui annule :

$-10x-25=0$

$-10x = 25$

$x = -\frac{25}{10}$ donc $x = \frac{-5}{2}$

• Tableau de signes

x	$-\infty$		-3		$-5/2$		2		$+\infty$
$-10x-25$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{-10x-25}{(x+3)(x-2)}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	

$S =]-\infty ; -3[\cup]-5/2 ; 2[$

f) $5 < \dfrac{2x+7}{x-6}$

Valeur interdite :

$x-6 \neq 0$ donc $x \neq 6$.

$5 - \dfrac{2x+7}{x-6} < 0$

$\dfrac{5(x-6)-(2x+7)}{x-6} < 0$

$\dfrac{5x-30-2x-7}{x-6} < 0$

$\dfrac{3x-37}{x-6} < 0$

• Valeur qui annule :

$3x-37=0$ donc $x = \frac{37}{3}$

• Tableau de signes.

x	$-\infty$		6		$37/3$		$+\infty$
$3x-37$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-6$		$-$	0	$+$		$+$	
Quotient		$+$	‖	$-$	0	$+$	

$S =]6 ; 37/3[$

VII. Puissances

1) Ecrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.

$A = 7^{-1} = \frac{1}{7}$

$B = 2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72.$

$C = \frac{2^5}{2^9} = 2^{5-9} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}.$

2) Simplifier au maximum.

$A = \dfrac{2 \times 3^{n+1}}{2 \times 3^n} = \dfrac{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{3^n}}{\cancel{2} \times \cancel{3^n}} = 3$

$B = 5\times 3^{n+1} - 5\times 3^n = 5\times 3\times 3^n - 5\times 3^n = 5\times 3^n(3-1)$

$B = 5\times 3^n \times 2 = \boxed{10\times 3^n}$

$C = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1\times 2}{2^n\times 2} = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{2}{2^{n+1}} = \frac{1-2}{2^{n+1}} = \boxed{\frac{-1}{2^{n+1}}}$

$D = 8\times 5^n - 5^{n+1} = 8\times 5^n - 5^n\times 5 = 5^n(8-5) = \boxed{3\times 5^n}$

• FONCTIONS. (partie 2).

I) $f(x) = x^2 - 5x + 3$

1) L'ensemble de definition : $D_f = \mathbb{R}$.

2) Les images par f de 3, -4 et $1+\sqrt{2}$.

- $f(3) = 3^2 - 5\times 3 + 3 = -3$ d'où $\boxed{f(3) = -3.}$

• $f(-4) = (-4)^2 - 5\times(-4) + 3 = 16 + 20 + 3 = 39$ d'où $\boxed{f(-4) = 39}$

• $f(1+\sqrt{2}) = (1+\sqrt{2})^2 - 5(1+\sqrt{2}) + 3 = 1 + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 5 - 5\sqrt{2} + 3$

$f(1+\sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 5 - 5\sqrt{2} + 3 = 1 - 3\sqrt{2}$.

d'où $\boxed{f(1+\sqrt{2}) = 1 - 3\sqrt{2}}$

3) Le point $A(-3;27)$ appartient-il à C_f ?

Il faut vérifier que $f(-3) = 27$.

Calcul de $f(-3)$:

$f(-3) = (-3)^2 - 5\times(-3) + 3 = 9 + 15 + 3 = 27$.

donc le point A appartient à C_f.

4) L'ordonnée du point de C_f d'abscisse 3.

Il faut calculer $f(3)$. D'après la question 2, $f(3) = -3$

Donc, l'ordonnée est -3.

II) $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$.

Valeur interdite : $x - 3 \neq 0$ donc $x \neq 3$

L'ensemble de definition de f est : $D_f =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$

III)

1) L'ensemble de definition de f : $D_f = [-4; 5]$

2) 0 a 2 antécédents par f.

3) $f(1) < f(2)$ car f est croissante sur $[0;2]$.

4) $f(3) > f(4)$ car f est décroissante sur $[2;5]$

5) On ne peut pas comparer $f(-1)$ et $f(1)$.

6) $1 < f(-3) < 5$ et $f(2) = 8$ donc $f(2) > f(-3)$.

IV)

1) a) $f(x) = 0$: $S = \{-1; 3\}$.

b) $f(x) = g(x)$: $S = \{-0{,}5; 3\}$.

c) $f(x) \geq g(x)$: $S =]-\infty; -0{,}5] \cup [3; +\infty[$

d) $g(x) > 0$: $S =]0; 3[$

2) Tableau de variations de f.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Variations de f	↘		-4	↗	

3) Signe de g.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
Signe de g		$-$	0	$+$	0	$-$	

• <u>ALGORITHME</u> : (partie 5).

I) 1) $X = 4$

Si $4 > 5$ (FAUX) donc $X = -2 \times 4 + 1$ d'où $\underline{X = -7}$

2) $X = 10$

Si $10 > 5$ (VRAI) donc $X = 3 + 10 \times 10$ d'où $\underline{X = 103}$

3) On doit entrer $\underline{X = -5}$

En effet, Si $-5 > 5$ (FAUX) donc $X = -2 \times (-5) + 1 = 10 + 1 = 11$.

II)

Etapes.	A	B
Initialisation	3	−2
i = 1.	4	$B = -2 - 2 \times 4$ −10
i = 2	−2	−6
i = 3	−10	14.
i = 4	−6	26.
i = 5	14	−2.

⚠

On obtient $A = 14$ et $B = -2$.

III)

S	50	72	105	151,5	224,25	...
N	0	1	2	3	4	...
Condition $S < 20\,000$	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	...

etc ...

On remarque que pour $N = 15$ $S \simeq 19\,273 < 20\,000$

$N = 16$ $S \simeq 28\,906 > 20\,000$

Donc la valeur de $N = 16$ en sortie de l'algorithme.

- GEOMETRIE VECTORIELLE (Partie 3).

I) $A(-2;3)$ et $B(-5;1)$.

1) $AB = \sqrt{(-5-(-2))^2+(1-3)^2} = \sqrt{(-3)^2+(-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

d'où $\underline{AB = \sqrt{13}}$

2) $I(x_I; y_I)$ milieu du segment $[AB]$ donc :

$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+(-5)}{2} = \frac{-7}{2}$ d'où $\underline{I\left(-\frac{7}{2}; 2\right)}$.

$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

II) 1) Construction

2) Montrons que $\vec{CN} = 2\vec{AB} + 4\vec{CD}$.

D'après le 1), on a :

$\vec{CN} = 6\vec{AD} - 4\vec{AC} + 2\vec{DB}$

$\vec{CN} = 6\vec{AD} - 4(\vec{AD} + \vec{DC}) + 2\vec{DB}$ car $\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$.

$\vec{CN} = 6\vec{AD} - 4\vec{AD} - 4\vec{DC} + 2\vec{DB}$

$\vec{CN} = 2\vec{AD} + 2\vec{DB} - 4\vec{DC}$ or $-4\vec{DC} = 4\vec{CD}$.

$\vec{CN} = 2(\vec{AD} + \vec{DB}) + 4\vec{CD}$

$\underline{\vec{CN} = 2\vec{AB} + 4\vec{CD}}$.

3) On a :

$\vec{AM} = \vec{AB} + 2\vec{CD}$ et $\vec{CN} = 2\vec{AB} + 4\vec{CD}$ donc $\underline{\vec{CN} = 2\vec{AM}}$

$\vec{CN}$ et $\vec{AM}$ sont colinéaires donc <u>les droites (AM) et (CN) sont parallèles.</u>

III)

1) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & m \end{vmatrix} = 2 \times m - (-1) \times 3 = 2m+3$.

donc $2m+3 = 0 \iff 2m = -3 \iff \underline{m = -\frac{3}{2} = -1{,}5}$

2) $A\binom{3}{5}$ et $B\binom{-1}{8}$ donc $\vec{AB}\binom{-1-3}{8-5}$ d'où $\vec{AB}\binom{-4}{3}$.

$A\binom{3}{5}$ et $C\binom{3}{0}$ donc $\vec{AC}\binom{3-3}{0-5}$ d'où $\vec{AC}\binom{0}{-5}$

$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -4 \times (-5) - 3 \times 0 = 20$.

$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) \neq 0$ donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

3) $\vec{AB}\binom{-4}{3}$; $C\binom{3}{0}$ et $D\binom{2}{6}$ donc $\vec{CD}\binom{-1}{6}$.

$\det(\vec{AB}, \vec{CD}) = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = -4 \times 6 - 3 \times (-1) = -24 + 3 = -21$.

$\det(\vec{AB}, \vec{CD}) \neq 0$ donc $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ne sont pas colinéaires alors les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

4) On pose $I(x_I; y_I)$ donc $\vec{BI}\binom{x_I + 1}{y_I - 8}$ et $\vec{AD}\binom{-1}{1}$.

$\vec{BI} = \vec{AD} \iff \begin{cases} x_I + 1 = -1 \\ y_I - 8 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x_I = -2 \\ y_I = 9 \end{cases}$ donc $I(-2; 9)$.

5) On pose $J(x_J; y_J)$ donc $\vec{BJ}\binom{x_J+1}{y_J-8}$; $\vec{AJ}\binom{x_J-3}{y_J-5}$ et $\vec{CJ}\binom{x_J-3}{y_J}$

$$\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{CJ}$$

$$\begin{pmatrix} x_J + 1 \\ y_J - 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_J - 3 \\ y_J - 5 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} x_J - 3 \\ y_J \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x_J - 2 \\ 2y_J - 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_J - 9 \\ 3y_J \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_J - 2 = 3x_J - 9 \\ 2y_J - 13 = 3y_J \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 + 9 = 3x_J - 2x_J \\ -13 = 3y_J - 2y_J \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 = x_J \\ -13 = y_J \end{cases}$$ d'où $\underline{J(7\,;-13)}$

• DROITES ET SYSTEMES (Partie 4).

I) Le coefficient directeur de chaque droite :

$d_1 : m_1 = \boxed{\frac{2}{5}}$; $d_2 : m_2 = \boxed{-\frac{1}{7}}$; $d_3 : m_3 = \boxed{-\frac{1}{10}}$; $d_4 : m_4 = \boxed{2}$

II) 1) Une équation de D_1 : $\boxed{y = \frac{5}{6}x - 4}$

2) Tracer D_2 : $\boxed{y = \frac{1}{3}x - 1}$

3) Une équation de D_3 : $y = mx + p$ avec m et p réels.

D_3 est parallèle à D_2 donc elles ont le même coefficient directeur

donc $m = \frac{1}{3}$ d'où $D_3 : y = \frac{1}{3}x + p$.

De plus, D_3 passe par le point $A(3;5)$ ($x = 3$ et $y = 5$).

donc,
$$5 = \frac{1}{3} \times 3 + p$$
$$5 = 1 + p$$
$$p = 4.$$

On en déduit D_3 : $\boxed{y = \frac{1}{3}x + 4}$

4) Le point $I(x;y)$ vérifie le système suivant :

$D_1 : \begin{cases} y = \frac{5}{6}x - 4 \\ y = \frac{1}{3}x - 1 \end{cases}$ (pour D_2)

donc
$$\frac{5}{6}x - 4 = \frac{1}{3}x - 1.$$
$$\frac{5}{6}x - \frac{1}{3}x = -1 + 4$$
$$\frac{3}{6}x = 3$$
$$\frac{1}{2}x = 3$$
$$x = 6.$$

On remplace x dans une des deux équations :
$$y = \frac{1}{3} \times 6 - 1$$
$$y = \frac{6}{3} - 1$$
$$y = 2 - 1$$
$$y = 1.$$

donc, $\boxed{I(6;1)}$

III) Résoudre les systèmes

$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases} \overset{(\times 2)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} 4x + 6y = 10 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases} \ominus$ En soustrayant termes à termes.

$6y - 5y = 10 - 7 \Leftrightarrow y = 3$

On remplace y dans l'une des deux équations :

$2x + 3 \times (3) = 5 \Leftrightarrow 2x + 9 = 5 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2$

Le système a pour solution le couple $(x;y) = (-2;3)$.

$\begin{cases} 4x - 5y = 8 \\ 8x - 10y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow (\times 2) \begin{cases} 8x - 10y = 16 \\ 8x - 10y = 20 \end{cases}$ En soustrayant termes à termes.

$8x - 8x - 10y + 10y = 16 - 20 \Leftrightarrow 0 = -4.$

IMPOSSIBLE, donc le système n'a pas de solution.

IV) Résoudre le système

$\begin{cases} 4x^2 + 5y^2 = 58 \\ 3x^2 - 2y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4X + 5Y = 58 \\ 3X - 2Y = 9 \end{cases}$ avec $X = x^2$ et $Y = y^2$.

$\begin{matrix} (\times 3) \\ (\times 4) \end{matrix} \begin{cases} 12X + 15Y = 174 \\ 12X - 8Y = 36 \end{cases} \ominus$ donc $15Y - (-8Y) = 174 - 36.$
$$23Y = 138$$
$$Y = \frac{138}{23} \text{ d'où } \boxed{Y = 6}$$

On remplace Y dans l'une des deux équations :

$3X - 2 \times 6 = 9 \Leftrightarrow 3X - 12 = 9 \Leftrightarrow 3X = 21 \Leftrightarrow \boxed{X = 7}$

On obtient :

$X = 7 \Leftrightarrow x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

$Y = 6 \Leftrightarrow y^2 = 6 \Leftrightarrow y = \sqrt{6}$ ou $y = -\sqrt{6}$.

Les couples $(x;y)$ solutions du système sont :

$(\sqrt{7};\sqrt{6})$; $(\sqrt{7};-\sqrt{6})$; $(-\sqrt{7};\sqrt{6})$ et $(-\sqrt{7};-\sqrt{6})$.

V.) On pose : x la somme de la 1ère personne et y la somme de la 2ème personne.

Une personne dispose de 12 € de plus que une autre donc :

$$x = 12 + y$$

Après avoir dépensé chacune 36 €, il reste à la 1ère personne le double de ce qu'il reste à l'autre, d'où :

$$x - 36 = 2(y-36)$$

$$x - 36 = 2y - 72$$

$$-36 + 72 = 2y - x$$

$$2y - x = 36$$

On résout le système suivant :

$$\begin{cases} x = 12+y \\ 2y - x = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12+y \\ 2y-(12+y) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12+y \\ y - 12 = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12+y \\ y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12+48 \\ y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 48 \end{cases}$$

Les personnes disposent au départ de 60 € et de 48 €.

Vérification :

- $48 + 12 = 60$ (une personne dispose de 12 € de plus).
- $60 - 36 = 24$ et $48 - 36 = 12$ et $2 \times 12 = 24$.

(Une personne a le double de ce qu'il reste à l'autre)