LIVRET DE REVISION POUR LES MATHS EN TERMINALE

Afin d'aborder la spécialité maths ou les maths complémentaires dans de bonnes conditions, nous vous proposons ce livret d'exercices.
Il a plusieurs buts :

- T'entrainer sur des calculs de base que tu dois maitriser à l'entrée de la terminale.
- T'apprendre à chercher des exercices non vus en classe.
- Te faire réviser les notions essentielles de la classe de seconde et de première.

Certains exercices sont difficiles, c'est en t'entrainant que tu y arriveras, il faut donc persévérer et ne pas te décourager. Tu peux utiliser ce livret tout au long des vacances, en revenant sur les exercices que tu n'as pas réussis.

Tu n'as peut-être pas traité tous les points abordés. Ne t'inquiète pas :

- Tu peux utiliser ton cours et les exercices faits cette année. Tu peux également retrouver des cours et des vidéos sur les notions de première sur le site maths et tiques d'Yvan Monka : 1ère (maths-et-tiques.fr)

- Tu peux visionner les vidéos proposées (au début de la partie 1 + les corrections). Pour cela il te suffit de cliquer sur l'intitulé du thème souhaité **dans le document en PDF** envoyé sur école directe. (Ne pas oublier de l'enregistrer)

- **En début d'année, nous effectuerons une évaluation bilan afin de faire le point sur ton niveau**.

Bon courage et bonnes vacances.

Myriam YOU et Bastien SIMONETTI

Sommaire

Pour la rentrée, le lycée recommande aux élèves de premières spécialité Maths de se procurer une calculatrice graphique Texas : « TI 82 Advanced édition Python ».

PARTIE 1. RAPPELS DE SECONDE

- **NOMBRES ET CALCULS**

Des vidéos pour vous aider

- Réduire au même dénominateur
- Réduire les racines carrées 1
  Réduire les ravines carrées 2
- Développer une expression 1
  Développer une expression 2
- Factoriser une expression1
  Factoriser une expression 2
  Factoriser une expression 3
- Résoudre une équation
- Résoudre une équation produit 1 Résoudre une équation produit 2
- Résoudre une inéquation
- Dresser un tableau de signes
- Résoudre une inéquation produit
- Résoudre une inéquation quotient

I. Fractions *

Sans la calculatrice, calculer et donner la réponse sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} - \frac{3}{20} \qquad B = \frac{1+\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{3}} \qquad C = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$$

II. Racines carrées. *

1) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a un nombre réel et b un nombre entier naturel.

$$A = \sqrt{32} \qquad B = 2\sqrt{32} - 4\sqrt{18} + 3\sqrt{8} \qquad C = \frac{\sqrt{50} \times 2\sqrt{28}}{\sqrt{14} \times 20}$$

2) Ecrire sans racine au dénominateur les nombres suivants. Puis vérifier à la calculatrice

Méthode : pour écrire sans racine au dénominateur, on multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée du dénominateur. La quantité conjuguée de $2 + \sqrt{2}$ est $2-\sqrt{2}$

Exemples : $\frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{8}$

$$\frac{2+\sqrt{3}}{4+\sqrt{2}} = \frac{(3+\sqrt{3})(4-\sqrt{2})}{(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4^2-\sqrt{2^2}} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{16-2} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{14}$$

$$D = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}} \qquad E = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad F = \frac{\sqrt{5}+1}{2-\sqrt{5}}$$

III. Quotients. **

Réduire au même dénominateur et simplifier.

Attention : on ne développe pas le dénominateur.

$$A = \frac{x+3}{x} - \frac{x}{3} \qquad B = \frac{x+2}{3x+4} + \frac{3x+2}{2x} \qquad C = \frac{x+3}{2x+7} - \frac{x-2}{x-1}$$

IV. Développements. *

Développer et réduire :

$A = (2x - 1)(x + 2) - (2x - 1)(4x + 7)$

$B = (2x + 3)^2 - (4x + 7)^2$

$C = x^2 + 2x + 1 - (x + 1)(3x + 4)$

$D = (x + 1)(4x + 5) + (2x+3)(2x-3)^2$

V. Factorisations. *

Factoriser :

$A = (2x - 1)(x + 2) - (2x - 1)(4x + 7)$

$B = 4x^2 - 8x + 4$

$C = (2x + 3)^2 - (4x + 7)^2$

$D = x^2 + 2x + 1 - (x + 1)(3x + 4)$

$E = (x + 1)(4x + 5) + 16x^2 - 25$

VI. Equations et inéquations. *

1. Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{1}{3}x + \frac{3}{5} = \frac{2}{9}x + 3$

b. $(2x + 4)(3x + 7) = 0$

c. $(x + 2)(x + 4) = (x + 2)(-3x + 7)$

d. $x^2 + 3x + 7 = 7$

e. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

f. $\frac{2x+3}{4x-2} = 0$ **

g. $\frac{4x+1}{2x+2} = \frac{2x+3}{x+4}$ **

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(3x + 2)(-4x + 5) > 0$

b. $(5 - x)(2x + 3) \geq (4x - 1)(5 - x)$

c. $5(3x - 2) \leq (3x - 2)^2$ **

d. $\frac{3x-4}{-x+8} \leq 0$

e. $\frac{x+2}{x+3} > \frac{x+7}{x-2}$ **

f. $5 < \frac{2x+7}{x-6}$ **

VII. Puissances.

Règles de calcul : Soient a et b des nombres réels. Soient n et p des nombres entiers naturels. On a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n\ fois} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p} \qquad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \qquad (a^n)^p = a^{n \times p}$$

1) Ecrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible : *

A = 7^{-1} B = $2^3 \times 3^2$ C = $\frac{2^5}{2^9}$

2) n est un entier. Simplifier au maximum. ***
Exemple : $E = 7^n + 7^{n+1} = 7^n + 7^n \times 7^1 = 7^n(1+7) = 7^n \times 8$

A = $\frac{2 \times 3^{n+1}}{2 \times 3^n}$ B = $5 \times 3^{n+1} - 5 \times 3^n$ C = $\frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n}$ D = $8 \times 5^n - 5^{n+1}$

- **<u>FONCTIONS</u>**

Des vidéos pour aider :
- Lire graphique l'image ou un antécédent
- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation
- Dresser un tableau de variations à partir d'un graphique
- Déterminer les variations d'une fonction
- Représenter une fonction affine
- Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine

I. * Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 5x + 3$ et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer, à la main, les images par f de 3 ; – 4 et $1+\sqrt{2}$.
3. Le point A(– 3 ; 27) appartient-il à C_f ?
4. Quelle est l'ordonnée du point de C_f d'abscisse 3 ?

II. * Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{2x+5}{x-3}$. Quel est l'ensemble de définition de f?

III. * Voici le tableau de variation d'une fonction f :

x	– 4		– 2		0		2		5
$f(x)$	1	↗	5	↘	– 3	↗	8	↘	1

1. Quel est l'ensemble de définition de f?
2. Combien 0 a-t-il d'antécédents par f?
3. Comparer si possible $f(1)$ et $f(2)$.
4. Comparer si possible $f(3)$ et $f(4)$.
5. Comparer si possible $f(-1)$ et $f(1)$.
6. Comparer si possible $f(-3)$ et $f(2)$.

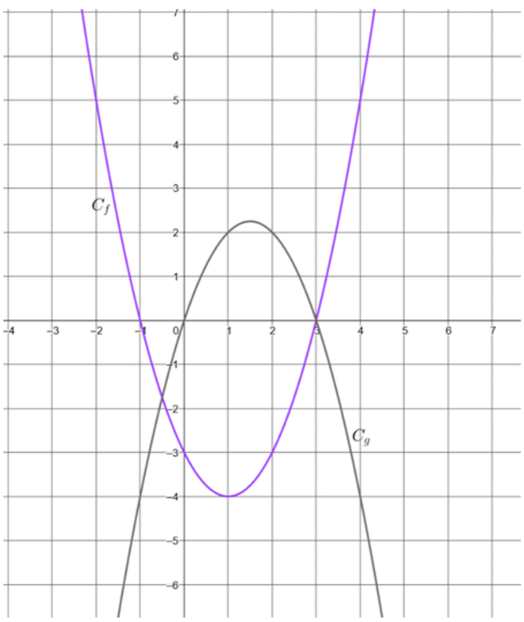
IV. * On donne ci-contre les courbes de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$.

1) Résoudre graphiquement :

   $a.\ f(x) = 0$ $\qquad$ $c.\ f(x) \geq g(x)$

   $b.\ f(x) = g(x)$ $\qquad$ $d.\ g(x) > 0$

2) Dresser le tableau de variations de la fonction f
3) Dresser le tableau de signes de la fonction g.



V. * Recopier et compléter le tableau :

Nom de la fonction	Ensemble de définition	Tableau de variations	Allure de la courbe	Nom de la courbe
Carré				
Inverse				
Racine carré				
Cube				

- **<u>GEOMETRIE VECTORIELLE (réservé spé maths)</u>**

Des vidéos pour vous aider :

- Calculer les coordonnées d'un milieu
- Calculer la longueur d'un segment
- Lire les coordonnées d'un vecteur
- Calculer les coordonnées d'un vecteur
- Construire un vecteur à partir d'une égalité vectorielle
- Construire un vecteur comme somme de vecteurs
- Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires ou non
- Appliquer le critère de colinéarité pour montrer l'alignement
- Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires à l'aide du déterminant • Appliquer la relation de Chasles

I. * Dans un repère, on donne A(− 2 ; 3) et B(− 5 ; 1).

1. Calculer AB.
2. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment [AB]

II. Placer quatre points A,B, C et D.

1. * Construire les points P,M, N et O tels que:

$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{CN} = 6\overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA}$

2. *** A l′ aide de la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{CD}$.
3. ** Que peut-on dire des droites (AM) et (CN) ? Justifier.

III. ** On se place dans un repère orthonormal. Soient les points : A(3 ;5), B(– 1 ;8), C(3 ;0) et D(2 ;6). $\vec{u}$ est le vecteur de coordonnées (2 ; − 1) et $\vec{v}$ est le vecteur de coordonnées (3 ; m) où m est un réel.

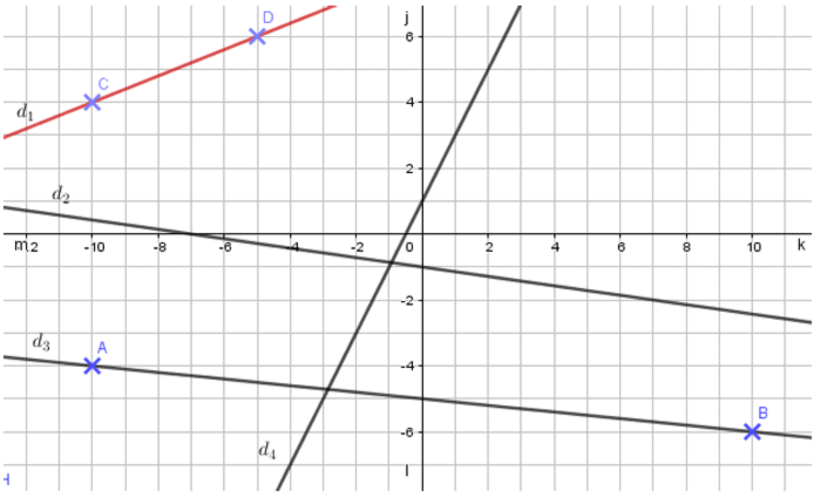
1. Déterminer la valeur de m pour laquelle $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
2. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier.
3. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.
4. Déterminer les coordonnées du point I tel que $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AD}$.
5. Déterminer les coordonnées du point J tel que $\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{CJ}$.

- **<u>DROITES ET SYSTEMES (réservé spé maths)</u>**

Des vidéos pour vous aider :

- Représenter une droite connaissant son équation
- Vérifier si un point appartient à une droite
- Déterminer une équation de droite connaissant deux points
- Déterminer une équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur
- Résolution d'un système par substitution 1 Résolution d'un système par substitution 2
- Résolution d'un système par combinaison 1 Résoudre un système par combinaison 2
- Mettre un problème en équation
- Interpréter graphiquement les solutions d'un système
- Déterminer le nombre de solutions d'un système

I. * Donner le coefficient directeur de chaque droite.



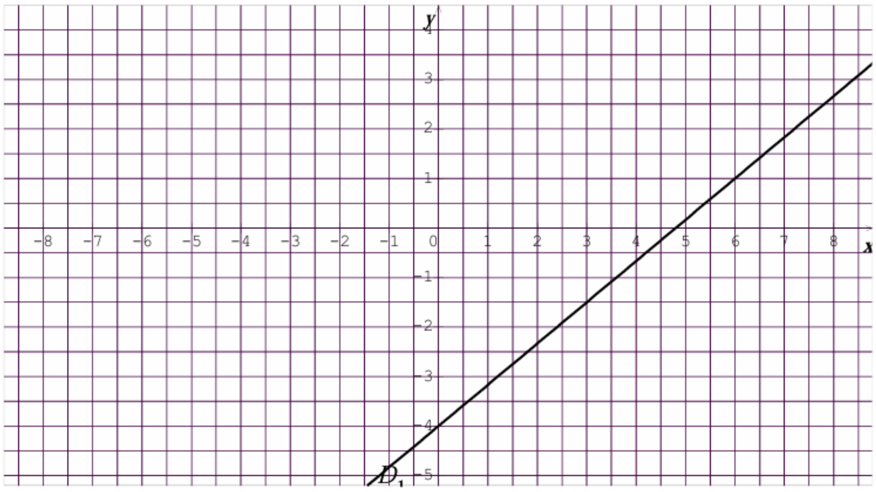
II. * On donne le graphique ci-dessous :

1. Donner une équation de la droite D_1 représentée ci-dessous.

2. Tracer la droite D_2 d' équation $y = \frac{1}{3}x - 1$.

3. Déterminer une équation de la droite D_3 parallèle à D_2 et passant par $A(3\,;5)$.

4. Déterminer graphiquement, puis par le calcul, les coordonnées du point d' intersection I des droites D_1 et D_2.



III. ** Résoudre les systèmes : $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+5y=7 \end{cases}$; $\begin{cases} 4x-5y=8 \\ 8x-10y=20 \end{cases}$

IV. *** Résoudre le système $\begin{cases} 4x^2+5y^2=58 \\ 3x^2-2y^2=9 \end{cases}$.

V. * Une personne dispose de 12€ de plus qu'une autre. Après avoir dépensé chacune 36€, il reste à la première le double de ce qu'il reste à l'autre. De quelles sommes disposaient-elles au départ ?

- **ALGORITHME**

I. On considère l'algorithme suivant :

```
Saisir X
Si X > 5
        Alors   X ← 3 + X * X
        Sinon   X ← −2 * X + 1
Fin Si
Afficher X
```

1) Quel résultat obtient-on si on entre la valeur 4 ?
2) Quel résultat obtient-on si on entre la valeur 10 ?
3) Quelle valeur doit-on entrer pour obtenir 11 en sortie de l'algorithme ?

II. On considère l'algorithme suivant :

```
A ← 3
B ← −2
Pour i de 1 à n
     A ← 2A + B
     B ← B − 2A
Fin pour
```

Exécuter cet algorithme lorsque $n = 5$.

Vous pourrez recopier et compléter le tableau ci-dessous

Etapes	**A**	**B**
1	3	-2
2		

III. On considère l'algorithme suivant :

```
S ← 50
N ← 0
Tant que S < 20 000
        S ← 1,5 × S − 3
        N ← N + 1
Fin tant que
```

Déterminer la valeur de N en sortie de l'algorithme.

Vous pourrez recopier et compléter le tableau ci-dessous

$\boldsymbol{S}$	50			
$\boldsymbol{N}$	0			
Condition $\boldsymbol{S < 20\,000}$	Vrai			

PARTIE 2. SECOND DEGRE

Exercice 1 : Résoudre dans $\mathbb{R}$. *(Equations)*

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ b) $-5x^2 + 9x - 4 = 0$ c) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$. *(Inéquations)*

a) $x^2 + 8x - 20 \geq 0$ b) $-4x^2 + 7x - 3 > 0$ c) $3x^2 + x + 4 \leq 0$

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$. *(Changement de variable)*

a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ b) $e^{2x} + 6e^x - 7 = 0$

CORRECTION : Rentrée en Tale: le second degré (youtube.com)

PARTIE 3. CALCULER LES TERMES D'UNE SUITE

Exercice 1 : *Formule explicite.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 7 + 4n$.
Calculer les trois premiers termes de la suite.

Exercice 2 : *Formule explicite.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \frac{3+2n}{5+n}$.
Calculer u_0 , u_{10} et u_{100}.

Exercice 3 : *Formule de récurrence.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 5$.
Calculer u_4.

Exercice 4 : *Formule de récurrence.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = u_1 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+2} = u_{n+1} + u_n.$$

Déterminer u_5.

Exercice 5 :

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 2u_n - n + 3.$$

Calculer u_3.

Exercice 6 : *Python*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = -2u_n + 3$.
Ecrire un code python donnant tous les termes de la suite en fonction d'un rang choisi.

CORRECTION : Rentrée en Tale: calculer les termes d'une suite numérique (youtube.com)

PARTIE 4. SUITES ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

Exercice 1 : *Arithmétique.*

(u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 7$.

1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. (Formule de récurrence)
2) Calculer les 6 premières de la suite.
3) Exprimer u_n en fonction de n. (Formule explicite)
4) Calculer u_{99}.

Exercice 2 : *Géométrique.*

(v_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $v_0 = 5$.

1) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n. (Formule de récurrence)
2) Calculer les 6 premières de la suite.
3) Exprimer v_n en fonction de n. (Formule explicite)
4) Calculer v_{10}.

Exercice 3 : *Arithmétique.*

La suite (u_n) est arithmétique avec $r = 4$ et $u_2 = 5$.

1) Exprimer u_n en fonction de n. (Formule explicite)
2) Calculer $S = u_2 + u_3 + \cdots + u_9$.

Exercice 4 : *Géométrique.*

La suite (v_n) est arithmétique avec $q = 3$ et $v_5 = 2$.

1) Exprimer v_n en fonction de n. (Formule explicite)
2) Calculer $S = v_5 + v_6 + \cdots + v_9$.

CORRECTION : Rentrée en Tale: suites arithmétiques et géométriques (youtube.com)

PARTIE 5. DERIVATION

Exercice 1 : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes. *(Dérivées usuelles)*

$f(x) = x^3 + 5x^2 + 6x - 1$ $\quad$ $g(x) = 7e^x + 5\sqrt{x} + \pi$ $\quad$ $h(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{4}{x} + 3\sqrt{2}$

$j(x) = x^4 - \frac{1}{x^4} + 5x^3 + \frac{4}{x^3}$ $\quad$ $k(x) = -7x^4 + 12x^2 - 3e^2$

Exercice 2 : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes. *(Produit/quotient)*

$$f(x) = (5x^2 + 7)(3 - 8x) \qquad g(x) = \frac{5x-7}{x^2+1}$$

Exercice 3 : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes. *(Composée)*

$$f(x) = 5e^{-4x+7} \qquad g(x) = \sqrt{2x-5} \qquad h(x) = (5x+4)e^{-2x}$$

CORRECTION : Rentrée en Tale : dériver une fonction (youtube.com)

PARTIE 6. VARIATIONS DE FONCTIONS

Dresser le tableau de variations des fonctions f suivantes sur leur ensemble de définition D_f.

1) $f(x) = x^2 - 10x + 7$; $D_f = \mathbb{R}$.

2) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 7$; $D_f = \mathbb{R}$.

3) $f(x) = \frac{5x+4}{x-1}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty\,; 1[\cup]1\,; +\infty[$.

4) $f(x) = (2x-7)e^{-4x}$; $D_f = \mathbb{R}$.

5) $f(x) = \frac{x^2-6x+1}{x-2}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

CORRECTION : Rentrée en Tale : construire un tableau de variation (youtube.com)

PARTIE 7. ETUDE D'UNE FONCTION RATIONNELLE

On considère la fonction $f(x) = \frac{2-x}{x^2+5}$.
On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

1) Justifier que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.
2) Déterminer l'expression de la dérivée de f.
3) Etudier le signe de la dérivée de f.
4) Dresser le tableau de variations de f.
5) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $x_0 = 0$.

CORRECTION : Rentrée en Tale : Étude d'une fonction rationnelle (youtube.com)

PARTIE 8. FONCTION EXPONENTIELLE

Exercice 1 : *Propriétés algébriques*

Simplifier les expressions suivantes. (Ecrire sous la forme d'une seule exponentielle)

$A = \exp(3x+7) \times \exp(x-1)$ $\qquad$ $B = e^4 \times e^{-3}$

$C = \frac{\exp(4)}{2\exp(3)}$ $\qquad$ $D = \frac{e^{2x-5}}{e^{-x+3}}$

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes.

1) $e^{5x-4} = e^6$ $\qquad$ 2) $e^{3-x^2} = e^{2x}$

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes.

1) $e^{3x} \leq e^{x-8}$ $\qquad$ 2) $e^{-4x+7} > e^{3x^2}$ $\qquad$ 3) $\frac{1-e^{2x}}{3+e^{-4x}} \leq 0$

CORRECTION : Rentrée en Tale: la fonction exponentielle (youtube.com)

Exercice 4 : Etude d’une fonction exponentielle.

On considère la fonction définie par : $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$.

Partie A :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

1) Calculer la valeur exacte de $g(0)$.
2) Calculer la dérivée de g.
3) Résoudre l’inéquation : $e^x - 1 > 0$.
4) En déduire le tableau de variations de g.

Partie B :

1) Justifier que le domaine de définition de f est $D_f = \mathbb{R}$.
2) Déterminer la dérivée de f.
3) Dresser le tableau de variations de f.
4) Déterminer l’équation de la tangente à la courbe de f au point d’abscisse $x_0 = 0$.

CORRECTION : Rentrée en Tale: Étude d'une fonction exponentielle (youtube.com)

PARTIE 9. PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1 : Calculer le produits scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

1) $AB = 5,\ \ AC = 4\ \ et\ \widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$

2) $AB = 6,\ \ AC = 7$

Exercice 2 : Dans un repère orthonormé direct, calculer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$.

1) $\vec{u}\,(7\,;4)$ et $\vec{v}\,(-3\,;5)$

2) $\vec{u}\,(-8\,;2)$ et $\vec{v}\,(5\,;20)$

Exercice 3 : *Calcul d’un angle*

Soient $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 1$.
Calculer la valeur exacte de l’angle $\widehat{BAC}$.

CORRECTION : Rentrée en Tale: le produit scalaire (youtube.com)

PARTIE 10. PROBABILITES CONDITIONNELLES

Dans cet exercice, les résultats approchés seront donnés à 0,000 1 près.

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.
Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.
On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.
On note :

M l'évènement : « l'animal est porteur de la maladie » ;

T l'évènement : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2. Un animal est choisi au hasard.
   a. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?
   b. Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est $0,058$.
3. Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie ?

4.

Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant réagi positivement au test est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test et ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.
D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subissant le test est donnée par le tableau suivant :

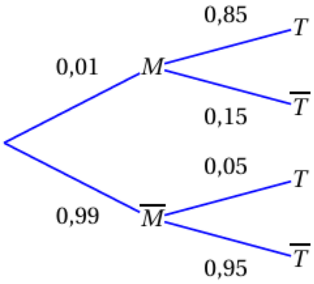
Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058 0	0,001 5

a. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire associant à un animal le coût à engager.

b. Un éleveur possède un troupeau de 200 bêtes. Si tout le troupeau est soumis au test, quelle somme doit-il prévoir d'engager ?

CORRECTION :

1.



2. **a.** On suit la première branche : la probabilité est égale à
$p(M) \times p_M(T) = 0,01 \times 0,85 = 0,0085$.

b. La probabilité qu'il soit non porteur de la maladie et que son test soit positif (troisième branche) est égale à $0,99 \times 0,05 = 0,0495$.
On a donc $p(T) = p(M) \times p_M(T) + p\left(\overline{M}\right) \times p_{\overline{M}}(T) = 0,0085 + 0,0495 = 0,058$.

3. Il faut calculer $p_T(M) = \dfrac{p(M \cap T)}{p(T)} = \dfrac{0,0085}{0,058} \approx 0,1466$.

4.

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058 0	0,001 5

a. On a d'après les données du tableau :
$E = 0 \times 0,9405 + 100 \times 0,0580 + 1000 \times 0,0015 = 5,80 + 1,50 = 7,30$ €.
Ceci représente le coût moyen par animal.

b. Pour 200 bêtes, le coût sera en moyenne de :

$$200 \times 7,30 = 1460 \text{ €}.$$

CORRECTION : Livret de révision pour les terminales

Partie 1 : Rappels de seconde

- Nombres et calculs

I - Fractions :

$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} - \frac{3}{20} = \frac{1}{15} + \frac{5}{15} - \frac{3}{20} = \frac{6}{15} - \frac{3}{20} = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = \frac{8}{20} - \frac{3}{20} = \frac{5}{20} = \boxed{\frac{1}{4}}$

$B = \frac{1+\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{7}+\frac{1}{7}}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}} = \frac{\frac{8}{7}}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{7 \times 4} = \frac{2 \times \cancel{4} \times 3}{7 \times \cancel{4}} = \boxed{\frac{6}{7}}$

$C = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} - \frac{8}{15} = \frac{10}{15} - \frac{8}{15} = \boxed{\frac{2}{15}}$

II - Racines carrées :

1) Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$.

$A = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$

$B = 2\sqrt{32} - 4\sqrt{18} + 3\sqrt{8}$

$B = 2\sqrt{16 \times 2} - 4\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{4 \times 2}$

$B = 2 \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} - 4 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2}$

$B = 2 \times 4 \times \sqrt{2} - 4 \times 3 \times \sqrt{2} + 3 \times 2 \times \sqrt{2}$

$B = 8\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$\boxed{B = 2\sqrt{2}}$

$C = \frac{\sqrt{50} \times 2\sqrt{28}}{\sqrt{14} \times 20}$

$C = \frac{\sqrt{25 \times 2} \times 2\sqrt{14 \times 2}}{\sqrt{14} \times 20}$

$C = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{2} \times 2 \times \cancel{\sqrt{14}} \times \sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{14}} \times 20}$

$C = \frac{5 \times 2 \times 2}{20} = \frac{20}{20} = \boxed{1}$

2) Écrire sans racine au dénominateur :

$D = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{3}}{3} = \boxed{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}}$

$E = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$F = \frac{\sqrt{5}+1}{2-\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}+1)}{(2-\sqrt{5})} \times \frac{(2+\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{5}+5+2+\sqrt{5}}{2^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{7+3\sqrt{5}}{4-5} = \frac{7+3\sqrt{5}}{-1}$

$\boxed{F = -(7+3\sqrt{5}) = -7-3\sqrt{5}}$

III - Quotients

Réduire au même dénominateur :

$A = \frac{x+3}{x} - \frac{x}{3} = \frac{3(x+3)}{3x} - \frac{x \times x}{3 \times x} = \frac{3x+9-x^2}{3x} = \boxed{\frac{-x^2+3x+9}{3x}}$

$B = \frac{x+2}{3x+4} + \frac{3x+2}{2x} = \frac{(x+2) \times 2x + (3x+2)(3x+4)}{2x(3x+4)} = \frac{2x^2+4x+9x^2+12x+6x+8}{2x(3x+4)}$

$\boxed{B = \frac{11x^2+22x+8}{2x(3x+4)}}$

$C = \frac{x+3}{2x+7} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{(x+3)(x-1)-(x-2)(2x+7)}{(2x+7)(x-1)} = \frac{x^2-x+3x-3-(2x^2+7x-4x-14)}{(2x+7)(x-1)}$

$C = \frac{x^2+2x-3-2x^2-3x+14}{(2x+7)(x-1)} = \boxed{\frac{-x^2-x+11}{(2x+7)(x-1)}}$

IV. Développements

$A=(2x-1)(x+2)-(2x-1)(4x+7)$

$A=2x^2+4x-x-2-(8x^2+14x-4x-7)$

$A=2x^2+3x-2-8x^2-10x+7$

$\boxed{A=-6x^2-7x+5}$

$B=(2x+3)^2-(4x+7)^2$

$B=4x^2+12x+9-(16x^2+56x+49)$

$B=4x^2+12x+9-16x^2-56x-49$

$\boxed{B=-12x^2-44x-40}$

$C=x^2+2x+1-(x+1)(3x+4)$

$C=x^2+2x+1-(3x^2+4x+3x+4)$

$C=x^2+2x+1-3x^2-7x-4$

$\boxed{C=-2x^2-5x-3}$

$D=(x+1)(4x+5)+(2x+3)(2x-3)^2$

$D=4x^2+5x+4x+5+(2x+3)(4x^2-12x+9)$

$D=4x^2+9x+5+8x^3-24x^2+18x+12x^2-36x+27$

$\boxed{D=8x^3-8x^2-9x+32}$

V. Factorisations

$A=(2x-1)(x+2)-(2x-1)(4x+7)$

$A=(2x-1)[(x+2)-(4x+7)]$

$A=(2x-1)(x+2-4x-7)$

$\boxed{A=(2x-1)(-3x-5)}$

$B=4x^2-8x+4$

$B=(2x)^2-2\times 2x\times 2+(2)^2$

$\boxed{B=(2x-2)^2}$

$C=(2x+3)^2-(4x+7)^2$

$C=[(2x+3)+(4x+7)][(2x+3)-(4x+7)]$

$\boxed{C=(6x+10)(-2x-4)}$

$D=x^2+2x+1-(x+1)(3x+4)$

$D=(x+1)^2-(x+1)(3x+4)$

$D=(x+1)[(x+1)-(3x+4)]$

$D=(x+1)(x+1-3x-4)$

$\boxed{D=(x+1)(-2x-3)}$

$E=(x+1)(4x+5)+16x^2-25$

$E=(x+1)(4x+5)+(4x+5)(4x-5)$

$E=(4x+5)[(x+1)+(4x-5)]$

$\boxed{E=(4x+5)(5x-4)}$

VI. Equations et inéquations :

1) Résoudre les équations :

a) $\frac{1}{3}x+\frac{3}{5}=\frac{2}{9}x+3$

$\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}x=3-\frac{3}{5}$

$\frac{3}{9}x-\frac{2}{9}x=\frac{15}{5}-\frac{3}{5}$

$\frac{1}{9}x=\frac{12}{5}$

$x=\frac{\frac{12}{5}}{1/9}$

$x=\frac{12}{5}\times\frac{9}{1}$

$\boxed{x=\frac{108}{5}}$

$S=\left\{\frac{108}{5}\right\}$

b) $(2x+4)(3x+7)=0$

Un produit est nul si et seulement si un des deux facteurs est nul.

$2x+4=0$ ou $3x+7=0$

$2x=-4$ $3x=-7$

$x=\frac{-4}{2}$ $x=\frac{-7}{3}$

$x=-2.$

$S=\{-2\,;\,-7/3\}.$

c) $(x+2)(x+4) = (x+2)(-3x+7)$

$(x+2)(x+4) - (x+2)(-3x+7) = 0$

$(x+2)[(x+4) - (-3x+7)] = 0$

$(x+2)(4x-3) = 0$

$x+2 = 0$ ou $4x-3 = 0$

$x = -2$ ou $x = \frac{3}{4}$

$\boxed{S = \{-2 ; \frac{3}{4}\}}$

e) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 = 0$

$(2x-3)^2 = 0$

$2x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$

$\boxed{S = \{1,5\}}$

g) $\frac{4x+1}{2x+2} = \frac{2x+3}{x+4}$

Valeurs interdites :

$2x+2 \neq 0$ donc $x \neq -1$.

$x+4 \neq 0$ donc $x \neq -4$.

Produits en croix :

$(4x+1)(x+4) = (2x+2)(2x+3)$.

$4x^2 + 16x + x + 4 = 4x^2 + 6x + 4x + 6$

$\cancel{4x^2} + 17x + 4 = \cancel{4x^2} + 10x + 6$.

$17x - 10x = 6 - 4$

$7x = 2$

$x = 2/7$

$2/7$ n'est pas une valeur interdite donc, $\boxed{S = \{2/7\}}$

d) $x^2 + 3x + 7 = 7$

$x^2 + 3x + 7 - 7 = 0$

$x^2 + 3x = 0$

$x(x+3) = 0$

$x = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = -3$

$\boxed{S = \{0 ; -3\}}$

f) $\frac{2x+3}{4x-2} = 0$

Valeur interdite : $4x - 2 \neq 0$ donc $x \neq \frac{1}{2}$.

$2x + 3 = 0$

$2x = -3$

$x = -\frac{3}{2}$

$-\frac{3}{2}$ n'est pas une valeur interdite donc, $\boxed{S = \{-1,5\}}$

2) Résoudre les inéquations :

a) $(3x+2)(-4x+5) > 0$

Valeurs qui annulent :

$3x+2 = 0$ donc $x = -2/3$

$-4x+5 = 0$ donc $x = 5/4$

• Tableau de signes

x	$-\infty$		$-2/3$		$5/4$		$+\infty$
$3x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\boxed{S =]-\frac{2}{3} ; \frac{5}{4}[}$

b) $(5-x)(2x+3) \geq (4x-1)(5-x)$

$(5-x)(2x+3) - (5-x)(4x-1) \geq 0$

$(5-x)[(2x+3) - (4x-1)] \geq 0$

$(5-x)(-2x+4) \geq 0$

Valeurs qui annulent :

$5 - x = 0$ donc $x = 5$

$-2x+4 = 0$ donc $x = 2$.

• Tableau de signes

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$5-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$-2x+4$		$+$	0	$-$		$-$	
Produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S =]-\infty ; 2] \cup [5 ; +\infty[}$

c) $5(3x-2) \leq (3x-2)^2$

$5(3x-2) - (3x-2)^2 \leq 0$

$(3x-2)[5 - (3x-2)] \leq 0$

$(3x-2)(-3x+7) \leq 0$

Valeurs qui annulent :

$3x - 2 = 0$ donc $x = 2/3$

$-3x + 7 = 0$ donc $x = 7/3$

• Tableau de signes.

x	$-\infty$		$2/3$		$7/3$		$+\infty$
$3x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$-3x+7$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\boxed{S =]-\infty ; 2/3] \cup [7/3 ; +\infty[}$

d) $\frac{3x-4}{-x+8} \leq 0$

Valeur interdite :

$-x+8 \neq 0$ donc $x \neq 8$

Valeur qui annule :

$3x-4=0$ donc $x = 4/3$

• Tableau de signe.

x	$-\infty$		$4/3$		8		$+\infty$
$3x-4$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+8$		$+$		$+$	0	$-$	
quotient		$-$		$+$	‖	$-$	

$S =]-\infty ; 4/3] \cup]8 ; +\infty[$

e) $\frac{x+2}{x+3} > \frac{x+7}{x-2}$

Valeurs interdites : $x \neq -3$ et $x \neq 2$.

$\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+7}{x-2} > 0$

$\frac{(x+2)(x-2)-(x+7)(x+3)}{(x+3)(x-2)} > 0$

$\frac{x^2-4-(x^2+3x+7x+21)}{(x+3)(x-2)} > 0$

$\frac{x^2-4-x^2-10x-21}{(x+3)(x-2)} > 0$

$\frac{-10x-25}{(x+3)(x-2)} > 0$

Valeur qui annule :

$-10x-25=0$

$-10x=25$

$x = -\frac{25}{10}$ donc $x = \frac{-5}{2}$

• Tableau de signes

x	$-\infty$		-3		$-5/2$		2		$+\infty$
$-10x-25$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{-10x-25}{(x+3)(x-2)}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	

$S =]-\infty ; -3[\cup]-5/2 ; 2[$

f) $5 < \frac{2x+7}{x-6}$

Valeur interdite :

$x-6 \neq 0$ donc $x \neq 6$.

$5 - \frac{2x+7}{x-6} < 0$

$\frac{5(x-6)-(2x+7)}{x-6} < 0$

$\frac{5x-30-2x-7}{x-6} < 0$

$\frac{3x-37}{x-6} < 0$

• Valeur qui annule :

$3x-37=0$ donc $x = \frac{37}{3}$

• Tableau de signes.

x	$-\infty$		6		$37/3$		$+\infty$
$3x-37$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-6$		$-$	0	$+$		$+$	
Quotient		$+$	‖	$-$	0	$+$	

$S =]6 ; 37/3[$

VII. Puissances

1) Écrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.

$A = 7^{-1} = \frac{1}{7}$

$B = 2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72.$

$C = \frac{2^5}{2^9} = 2^{5-9} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}.$

2) Simplifier au maximum.

$A = \frac{2 \times 3^{n+1}}{2 \times 3^n} = \frac{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{3^n}}{\cancel{2} \times \cancel{3^n}} = 3$

$B = 5\times\underline{3^{n+1}} - 5\times 3^n = 5\times\underline{3\times 3^n} - 5\times 3^n = 5\times 3^n(3-1)$

$B = 5\times 3^n \times 2 = \boxed{10\times 3^n}$

$C = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1\times 2}{2^n\times 2} = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{2}{2^{n+1}} = \frac{1-2}{2^{n+1}} = \boxed{\frac{-1}{2^{n+1}}}$

$D = 8\times 5^n - 5^{n+1} = 8\times 5^n - 5^n\times 5 = 5^n(8-5) = \boxed{3\times 5^n}$

• FONCTIONS.

I) $f(x) = x^2 - 5x + 3$

1) L'ensemble de définition : $D_f = \mathbb{R}$.

2) Les images par f de 3, -4 et $1+\sqrt{2}$.

- $f(3) = 3^2 - 5\times 3 + 3 = -3$ d'où $\boxed{f(3) = -3.}$

- $f(-4) = (-4)^2 - 5\times(-4) + 3 = 16 + 20 + 3 = 39$ d'où $\boxed{f(-4) = 39}$

- $f(1+\sqrt{2}) = (1+\sqrt{2})^2 - 5(1+\sqrt{2}) + 3 = 1 + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 5 - 5\sqrt{2} + 3$

$f(1+\sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 5 - 5\sqrt{2} + 3 = 1 - 3\sqrt{2}$.

d'où $\boxed{f(1+\sqrt{2}) = 1 - 3\sqrt{2}}$

3) Le point $A(-3; 27)$ appartient-il à C_f ?

Il faut vérifier que $f(-3) = 27$.

Calcul de $f(-3)$:

$f(-3) = (-3)^2 - 5\times(-3) + 3 = 9 + 15 + 3 = 27$.

donc le point A appartient à C_f.

4) L'ordonnée du point de C_f d'abscisse 3.

Il faut calculer $f(3)$. D'après la question 2, $f(3) = -3$

Donc, l'ordonnée est -3.

II) $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$.

Valeur interdite : $x - 3 \neq 0$ donc $x \neq 3$

L'ensemble de définition de f est : $D_f =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$

III)

1) L'ensemble de définition de f : $D_f = [-4; 5]$

2) 0 a 2 antécédents par f.

3) $f(1) < f(2)$ car f est croissante sur $[0; 2]$.

4) $f(3) > f(4)$ car f est décroissante sur $[2; 5]$

5) On ne peut pas comparer $f(-1)$ et $f(1)$.

6) $1 < f(-3) < 5$ et $f(2) = 8$ donc $f(2) > f(-3)$.

IV)

1) a) $f(x) = 0$: $S = \{-1; 3\}$.

b) $f(x) = g(x)$: $S = \{-0,5; 3\}$.

c) $f(x) \geq g(x)$: $S =]-\infty; -0,5] \cup [3; +\infty[$

d) $g(x) > 0$: $S =]0; 3[$

2) Tableau de variations de f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variation de f	$\searrow$	-4	$\nearrow$

3) Signe de g.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
Signe de g		$-$	0	$+$	0	$-$	

5

• **ALGORITHME :**

I) 1) $X = 4$

Si $4 > 5$ (FAUX) donc $X = -2 \times 4 + 1$ d'où $\underline{X = -7}$

2) $X = 10$

Si $10 > 5$ (VRAI) donc $X = 3 + 10 \times 10$ d'où $\underline{X = 103}$

3) On doit entrer $\underline{X = -5}$

En effet, Si $-5 > 5$ (FAUX) donc $X = -2 \times (-5) + 1 = 10 + 1 = 11$.

II)

Etapes.	A	B
Initialisation	3	-2
$i = 1$.	4	$B = -2 - 2 \times 4$ -10
$i = 2$	-2	-6
$i = 3$	-10	14
$i = 4$	-6	26.
$i = 5$	14	-2.

On obtient $A = 14$ et $B = -2$.

III)

S	50	72	105	151,5	224,25	...
N	0	1	2	3	4	..
Condition $S < 20\,000$	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	...

etc ...

On remarque que pour $\cancel{N} = 15$ $\quad S \simeq 19\,273 < 20\,000$

$\cancel{N} = 16$ $\quad S \simeq 28\,906 > 20\,000$

Donc la valeur de $N = 16$ en sortie de l'algorithme.

• GEOMETRIE VECTORIELLE

I) $A(-2;3)$ et $B(-5;1)$.

1) $AB = \sqrt{(-5-(-2))^2+(1-3)^2} = \sqrt{(-3)^2+(-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

d'où $\boxed{AB = \sqrt{13}}$

2) $I(x_I; y_I)$ milieu du segment $[AB]$ donc :

$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+(-5)}{2} = \frac{-7}{2}$ d'où $I\left(-\frac{7}{2}; 2\right)$.

$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

II) 1) Construction

2) Montrons que $\vec{CN} = 2\vec{AB} + 4\vec{CD}$.

D'après le 1), on a :

$\vec{CN} = 6\vec{AD} - 4\vec{AC} + 2\vec{DB}$

$\vec{CN} = 6\vec{AD} - 4(\vec{AD} + \vec{DC}) + 2\vec{DB}$ car $\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$.

$\vec{CN} = 6\vec{AD} - 4\vec{AD} - 4\vec{DC} + 2\vec{DB}$

$\vec{CN} = 2\vec{AD} + 2\vec{DB} - 4\vec{DC}$ or $-4\vec{DC} = 4\vec{CD}$.

$\vec{CN} = 2(\vec{AD} + \vec{DB}) + 4\vec{CD}$

$\vec{CN} = 2\vec{AB} + 4\vec{CD}$.

3) On a :

$\vec{AM} = \vec{AB} + 2\vec{CD}$ et $\vec{CN} = 2\vec{AB} + 4\vec{CD}$ donc $\vec{CN} = 2\vec{AM}$

$\vec{CN}$ et $\vec{AM}$ sont colinéaires donc les droites (AM) et (CN) sont parallèles.

III)

1) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & m \end{vmatrix} = 2\times m - (-1)\times 3 = 2m + 3$.

donc $2m + 3 = 0 \iff 2m = -3 \iff m = -\frac{3}{2} = -1{,}5$

2) $A\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}-1\\8\end{pmatrix}$ donc $\vec{AB}\begin{pmatrix}-1-3\\8-5\end{pmatrix}$ d'où $\vec{AB}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$.

$A\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$ donc $\vec{AC}\begin{pmatrix}3-3\\0-5\end{pmatrix}$ d'où $\vec{AC}\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}$

$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -4\times(-5) - 3\times 0 = 20$.

$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) \neq 0$ donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

3) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$; $C\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ donc $\vec{CD}\begin{pmatrix}-1\\6\end{pmatrix}$.

$\det(\vec{AB}, \vec{CD}) = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = -4\times 6 - 3\times(-1) = -24 + 3 = -21$.

$\det(\vec{AB}, \vec{CD}) \neq 0$ donc $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ne sont pas colinéaires alors les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

4) On pose $I(x_I; y_I)$ donc $\vec{BI}\begin{pmatrix}x_I+1\\y_I-8\end{pmatrix}$ et $\vec{AD}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

$\vec{BI} = \vec{AD} \iff \begin{cases} x_I + 1 = -1 \\ y_I - 8 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x_I = -2 \\ y_I = 9 \end{cases}$ donc $I(-2; 9)$.

5) On pose $J(x_J; y_J)$ donc $\vec{BJ}\begin{pmatrix}x_J+1\\y_J-8\end{pmatrix}$; $\vec{AJ}\begin{pmatrix}x_J-3\\y_J-5\end{pmatrix}$ et $\vec{CJ}\begin{pmatrix}x_J-3\\y_J\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{CJ}$$

$$\begin{pmatrix} x_J + 1 \\ y_J - 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_J - 3 \\ y_J - 5 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} x_J - 3 \\ y_J \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x_J - 2 \\ 2y_J - 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_J - 9 \\ 3y_J \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_J - 2 = 3x_J - 9 \\ 2y_J - 13 = 3y_J \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2+9 = 3x_J - 2x_J \\ -13 = 3y_J - 2y_J \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 = x_J \\ -13 = y_J \end{cases}$$ d'où $\boxed{J(7;-13)}$.

• **DROITES ET SYSTEMES**

I) le coefficient directeur de chaque droite :

$d_1 : m_1 = \frac{2}{5}$; $d_2 : m_2 = \frac{-1}{7}$; $d_3 : m_3 = \frac{-1}{10}$; $d_4 : m_4 = 2$

II) 1) Une équation de D_1 : $y = \frac{5}{6}x - 4$

2) Tracer D_2 : $y = \frac{1}{3}x - 1$

3) Une équation de D_3 : $y = mx + p$ avec m et p réels.

D_3 est parallèle à D_2 donc elles ont le même coefficient directeur

donc $m = \frac{1}{3}$ d'où D_3 : $y = \frac{1}{3}x + p$.

De plus, D_3 passe par le point $A(3;5)$ ($x = 3$ et $y = 5$).

donc,

$5 = \frac{1}{3} \times 3 + p$

$5 = 1 + p$

$p = 4$.

On en déduit D_3 : $y = \frac{1}{3}x + 4$

4) Le point $I(x;y)$ vérifie le système suivant :

$D_1 : \begin{cases} y = \frac{5}{6}x - 4 \\ y = \frac{1}{3}x - 1 \end{cases}$: D_2

donc $\frac{5}{6}x - 4 = \frac{1}{3}x - 1$.

$\frac{5}{6}x - \frac{1}{3}x = -1 + 4$

$\frac{3}{6}x = 3$

$\frac{1}{2}x = 3$

$x = 6$.

On remplace x dans une des deux équations :

$y = \frac{1}{3} \times 6 - 1$

$y = \frac{6}{3} - 1$

$y = 2 - 1$

$y = 1$.

donc, $I(6;1)$.

III) Résoudre les systèmes

$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \overset{(\times 2)}{} \begin{cases} 4x + 6y = 10 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases}$ En soustrayant termes à termes.

$6y - 5y = 10 - 7 \Leftrightarrow y = 3$

On remplace y dans l'une des deux équations.

$2x + 3 \times (3) = 5 \Leftrightarrow 2x + 9 = 5 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2$

Le système a pour solution le couple $(x;y) = (-2;3)$.

$\begin{cases} 4x - 5y = 8 \\ 8x - 10y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \overset{(\times 2)}{} \begin{cases} 8x - 10y = 16 \\ 8x - 10y = 20 \end{cases}$ En soustrayant termes à termes.

$8x - 8x - 10y + 10y = 16 - 20 \Leftrightarrow 0 = -4$.

IMPOSSIBLE, donc le système n'a pas de solution.

IV) Résoudre le système

$\begin{cases} 4x^2 + 5y^2 = 58 \\ 3x^2 - 2y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4X + 5Y = 58 \\ 3X - 2Y = 9 \end{cases}$ avec $X = x^2$ et $Y = y^2$.

$\begin{matrix} (\times 3) \\ (\times 4) \end{matrix} \begin{cases} 12X + 15Y = 174 \\ 12X - 8Y = 36 \end{cases}$ donc $15Y - (-8Y) = 174 - 36$.

$23Y = 138$

$Y = \frac{138}{23}$ d'où $Y = 6$.

On remplace Y dans l'une des deux équations :

$3X - 2 \times 6 = 9 \Leftrightarrow 3X - 12 = 9 \Leftrightarrow 3X = 21 \Leftrightarrow X = 7$

On obtient :

$X = 7 \Leftrightarrow x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

$Y = 6 \Leftrightarrow y^2 = 6 \Leftrightarrow y = \sqrt{6}$ ou $y = -\sqrt{6}$.

Les couples $(x;y)$ solutions du système sont :

$(\sqrt{7};\sqrt{6})$; $(\sqrt{7};-\sqrt{6})$; $(-\sqrt{7};\sqrt{6})$ et $(-\sqrt{7};-\sqrt{6})$.

V.) On pose : x la somme de la 1ère personne et y la somme de la 2ème personne.

Une personne dispose de 12 € de plus qu'une autre donc :

$$x = 12 + y$$

Après avoir dépensé chacune 36 €, il reste à la 1ère personne le double de ce qu'il reste à l'autre, d'où :

$$x - 36 = 2(y-36)$$

$$x - 36 = 2y - 72$$

$$-36 + 72 = 2y - x$$

$$2y - x = 36$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} x = 12+y \\ 2y - x = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12+y \\ 2y-(12+y) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12+y \\ y - 12 = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12+y \\ y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12+48 \\ y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 48 \end{cases}$$

~~Les~~ Les personnes disposent au départ de 60 € et de 48 €.

Vérification :

- $48 + 12 = 60$ (une personne dispose de 12 € de plus).
- $60 - 36 = 24$ et $48 - 36 = 12$ et $2 \times 12 = 24$.

(Une personne a le double de ce qu'il reste à l'autre)

10