

LIVRET DE REVISION POUR LES MATHS EN TERMINALE STI2D

Afin d'aborder la terminale STI2D dans de bonnes conditions, je vous propose ce livret d'exercices.

Il a plusieurs buts :

- T'entraîner sur des calculs de base que tu dois maîtriser à l'entrée de la terminale.
- T'apprendre à chercher des exercices non vus en classe.
- Te faire réviser les notions essentielles de la classe de seconde et de première.

Certains exercices sont difficiles, c'est en t'entraînant que tu y arriveras, il faut donc persévérer et ne pas te décourager. Tu peux utiliser ce livret tout au long des vacances, en revenant sur les exercices que tu n'as pas réussis.

Tu n'as peut-être pas traité tous les points abordés. Ne t'inquiète pas :

- Tu peux utiliser ton cours et les exercices faits cette année. Tu peux également retrouver des cours et des vidéos sur les notions de première sur le site maths et tiques d'Yvan Monka : [1ère Techno \(maths-et-tiques.fr\)](http://1ereTechno(maths-et-tiques.fr))
- Tu peux visionner les vidéos proposées (au début de la partie 1 + les corrections). Pour cela il te suffit de cliquer sur l'intitulé du thème souhaité **dans le document en PDF** envoyé prochainement sur école directe. (Ne pas oublier de l'enregistrer)
- Tu peux aussi refaire les évaluations faites en première et les devoirs kwyk.
- **Je te propose également des devoirs de révisions kwyk, disponibles jusqu'au 31 août, sur ces 7 parties, ce qui nous permettra de vérifier tes acquis et d'identifier tes lacunes en consultant les copies de ses devoirs. (Penses à récupérer tes identifiants). Les notes ne compteront pas dans ta moyenne de maths de terminale mais me donnera une indication sur ta motivation.**
- En début d'année, j'effectuerai une évaluation bilan afin de faire le point sur ton niveau.

Bon courage et bonnes vacances.

Bastien SIMONETTI

Pour la rentrée, le lycée recommande aux élèves de premières spécialité Maths de se procurer une calculatrice graphique Texas : « TI 82 Advanced édition Python ».

PARTIE 1. RAPPELS DE SECONDE

• NOMBRES ET CALCULS

Des vidéos pour vous aider

- Réduire au même dénominateur
- Réduire les racines carrées 1
Réduire les racines carrées 2
- Développer une expression 1
Développer une expression 2
- Factoriser une expression 1
Factoriser une expression 2
Factoriser une expression 3
- Résoudre une équation
- Résoudre une équation produit 1 Résoudre une équation produit 2
- Résoudre une inéquation
- Dresser un tableau de signes
- Résoudre une inéquation produit
- Résoudre une inéquation quotient

I. Fractions *

Sans la calculatrice, calculer et donner la réponse sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} - \frac{3}{20} \qquad B = \frac{1 + \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{3}} \qquad C = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$$

II. Racines carrées. *

- 1) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a un nombre réel et b un nombre entier naturel.

$$A = \sqrt{32} \qquad B = 2\sqrt{32} - 4\sqrt{18} + 3\sqrt{8} \qquad C = \frac{\sqrt{50} \times 2\sqrt{28}}{\sqrt{14} \times 20}$$

- 2) Ecrire sans racine au dénominateur les nombres suivants. Puis vérifier à la calculatrice

Méthode : pour écrire sans racine au dénominateur, on multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée du dénominateur. La quantité conjuguée de $2 + \sqrt{2}$ est $2 - \sqrt{2}$

Exemples : $\frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{8}$

$$\frac{2+\sqrt{3}}{4+\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{3})(4-\sqrt{2})}{(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4^2-\sqrt{2}^2} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{16-2} = \frac{12+4\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{14}$$

$$D = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{3}} \qquad E = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad F = \frac{\sqrt{5} + 1}{2 - \sqrt{5}}$$

III. Quotients. **

Réduire au même dénominateur et simplifier.

Attention : on ne développe pas le dénominateur.

$$A = \frac{x+3}{x} - \frac{x}{3} \quad B = \frac{x+2}{3x+4} + \frac{3x+2}{2x} \quad C = \frac{x+3}{2x+7} - \frac{x-2}{x-1}$$

IV. Développements. *

Développer et réduire :

$$\begin{aligned} A &= (2x-1)(x+2) - (2x-1)(4x+7) & C &= x^2 + 2x + 1 - (x+1)(3x+4) \\ B &= (2x+3)^2 - (4x+7)^2 & D &= (x+1)(4x+5) + (2x+3)(2x-3)^2 \end{aligned}$$

V. Factorisations. *

Factoriser :

$$\begin{aligned} A &= (2x-1)(x+2) - (2x-1)(4x+7) & D &= x^2 + 2x + 1 - (x+1)(3x+4) \\ B &= 4x^2 - 8x + 4 & E &= (x+1)(4x+5) + 16x^2 - 25 \\ C &= (2x+3)^2 - (4x+7)^2 \end{aligned}$$

VI. Equations et inéquations. *

1. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{1}{3}x + \frac{3}{5} &= \frac{2}{9}x + 3 & \text{f. } \frac{2x+3}{4x-2} &= 0 \text{ **} \\ \text{b. } (2x+4)(3x+7) &= 0 & \text{g. } \frac{4x+1}{2x+2} &= \frac{2x+3}{x+4} \text{ **} \\ \text{c. } (x+2)(x+4) &= (x+2)(-3x+7) \\ \text{d. } x^2 + 3x + 7 &= 7 \\ \text{e. } 4x^2 - 12x + 9 &= 0 \end{aligned}$$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a. } (3x+2)(-4x+5) &> 0 & \text{b. } (5-x)(2x+3) &\geq (4x-1)(5-x) \\ \text{c. } 5(3x-2) &\leq (3x-2)^2 \text{ **} & \text{d. } \frac{3x-4}{-x+8} &\leq 0 \\ \text{e. } \frac{x+2}{x+3} &> \frac{x+7}{x-2} \text{ **} & \text{f. } 5 &< \frac{2x+7}{x-6} \text{ **} \end{aligned}$$

VII. Puissances.

Règles de calcul : Soient a et b des nombres réels. Soient n et p des nombres entiers naturels. On a :

$$\begin{aligned} a^n &= \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}} & a^{-n} &= \frac{1}{a^n} \\ a^n \times a^p &= a^{n+p} & \frac{a^n}{a^p} &= a^{n-p} & (a^n)^p &= a^{n \times p} \end{aligned}$$

1) Ecrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible : *

$$A = 7^{-1}$$

$$B = 2^3 \times 3^2$$

$$C = \frac{2^5}{2^9}$$

2) n est un entier. Simplifier au maximum. ***

Exemple : $E = 7^n + 7^{n+1} = 7^n + 7^n \times 7^1 = 7^n(1+7) = 7^n \times 8$

$$A = \frac{2 \times 3^{n+1}}{2 \times 3^n}$$

$$B = 5 \times 3^{n+1} - 5 \times 3^n$$

$$C = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n}$$

$$D = 8 \times 5^n - 5^{n+1}$$

• FONCTIONS

Des vidéos pour aider :

- Lire graphique l'image ou un antécédent
- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation
- Dresser un tableau de variations à partir d'un graphique
- Déterminer les variations d'une fonction
- Représenter une fonction affine
- Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine

I. * Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 5x + 3$ et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer, à la main, les images par f de 3 ; -4 et $1 + \sqrt{2}$.
3. Le point A(-3 ; 27) appartient-il à C_f ?
4. Quelle est l'ordonnée du point de C_f d'abscisse 3 ?

II. * Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$. Quel est l'ensemble de définition de f ?

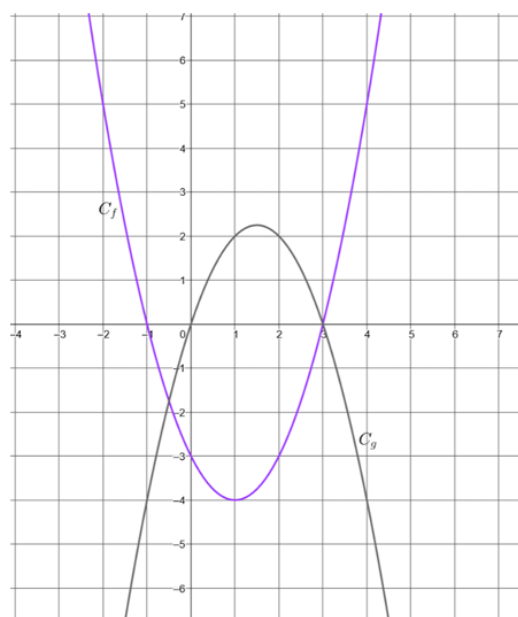
III. * Voici le tableau de variation d'une fonction f :

x	-4	-2	0	2	5
$f(x)$	1	5	-3	8	1

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Combien 0 a-t-il d'antécédents par f ?
3. Comparer si possible $f(1)$ et $f(2)$.
4. Comparer si possible $f(3)$ et $f(4)$.
5. Comparer si possible $f(-1)$ et $f(1)$.
6. Comparer si possible $f(-3)$ et $f(2)$.

IV. * On donne ci-contre les courbes de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$.

- 1) Résoudre graphiquement :
 - a. $f(x) = 0$
 - b. $f(x) = g(x)$
 - c. $f(x) \geq g(x)$
 - d. $g(x) > 0$
- 2) Dresser le tableau de variations de la fonction f
- 3) Dresser le tableau de signes de la fonction g .



V. * Recopier et compléter le tableau :

Nom de la fonction	Ensemble de définition	Tableau de variations	Allure de la courbe	Nom de la courbe
Carré				
Inverse				
Racine carré				
Cube				

• **ALGORITHME**

I. On considère l'algorithme suivant :

```
Saisir X
Si X > 5
    Alors X ← 3 + X * X
    Sinon X ← -2 * X + 1
Fin Si
Afficher X
```

- 1) Quel résultat obtient-on si on entre la valeur 4 ?
- 2) Quel résultat obtient-on si on entre la valeur 10 ?
- 3) Quelle valeur doit-on entrer pour obtenir 11 en sortie de l'algorithme ?

II. On considère l'algorithme suivant :

```
A ← 3
B ← -2
Pour i de 1 à n
    A ← 2A + B
    B ← B - 2A
Fin pour
```

Exécuter cet algorithme lorsque $n = 5$.

Vous pourrez recopier et compléter le tableau ci-dessous

Etapes	A	B
1	3	-2
2		

III. On considère l'algorithme suivant :

```
S ← 50
N ← 0
Tant que S < 20 000
    S ← 1,5 × S - 3
    N ← N + 1
Fin tant que
```

Déterminer la valeur de N en sortie de l'algorithme.

Vous pourrez recopier et compléter le tableau ci-dessous

S	50			
N	0			
Condition $S < 20\,000$	Vrai			

PARTIE 2. CALCULER LES TERMES D'UNE SUITE

Exercice 1 : *Formule explicite.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 7 + 4n$.
Calculer les trois premiers termes de la suite.

Exercice 2 : *Formule explicite.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \frac{3+2n}{5+n}$.
Calculer u_0 , u_{10} et u_{100} .

Exercice 3 : *Formule de récurrence.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 5$.
Calculer u_4 .

Exercice 4 : *Formule de récurrence.*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par :
$$u_0 = u_1 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+2} = u_{n+1} + u_n.$$

Déterminer u_5 .

Exercice 5 :

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par :
$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 2u_n - n + 3.$$

Calculer u_3 .

Exercice 6 : *Python*

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = -2u_n + 3$.
Ecrire un code python donnant tous les termes de la suite en fonction d'un rang choisi.

CORRECTION : [Rentrée en Tale: calculer les termes d'une suite numérique \(youtube.com\)](#)

PARTIE 3. SUITES ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

Exercice 1 : Arithmétique.

(u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 7$.

- 1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . (Formule de récurrence)
- 2) Calculer les 6 premières de la suite.
- 3) Exprimer u_n en fonction de n . (Formule explicite)
- 4) Calculer u_{99} .

Exercice 2 : Géométrie.

(v_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $v_0 = 5$.

- 1) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n . (Formule de récurrence)
- 2) Calculer les 6 premières de la suite.
- 3) Exprimer v_n en fonction de n . (Formule explicite)
- 4) Calculer v_{10} .

Exercice 3 : Arithmétique.

La suite (u_n) est arithmétique avec $r = 4$ et $u_2 = 5$.

- 1) Exprimer u_n en fonction de n . (Formule explicite)
- 2) Calculer $S = u_2 + u_3 + \dots + u_9$.

Exercice 4 : Géométrie.

La suite (v_n) est arithmétique avec $q = 3$ et $v_5 = 2$.

- 1) Exprimer v_n en fonction de n . (Formule explicite)
- 2) Calculer $S = v_5 + v_6 + \dots + v_9$.

CORRECTION : [Rentrée en Tale: suites arithmétiques et géométriques \(youtube.com\)](#)

PARTIE 4. DERIVATION

Exercice 1 : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes. (*Dérivées usuelles*)

$$f(x) = x^3 + 5x^2 + 6x - 1$$

$$h(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{4}{x} + 3\sqrt{2}$$

$$j(x) = x^4 - \frac{1}{x^4} + 5x^3 + \frac{4}{x^3}$$

$$k(x) = -7x^4 + 12x^2 - 3$$

Exercice 2 : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes. (*Produit/quotient*)

$$f(x) = (5x^2 + 7)(3 - 8x)$$

$$g(x) = \frac{5x-7}{x^2+1}$$

CORRECTION : [Rentrée en Tale : dériver une fonction \(youtube.com\)](#)

PARTIE 5. VARIATIONS DE FONCTIONS

Dresser le tableau de variations des fonctions f suivantes sur leur ensemble de définition D_f .

1) $f(x) = x^2 - 10x + 7$; $D_f = \mathbb{R}$.

2) $f(x) = \frac{5x+4}{x-1}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$.

CORRECTION : [Rentrée en Tale : construire un tableau de variation \(youtube.com\)](#)

PARTIE 6. PROBABILITES CONDITIONNELLES

Dans cet exercice, les résultats approchés seront donnés à 0,000 1 près.

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note :

M l'évènement : « l'animal est porteur de la maladie » ;

T l'évènement : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2. Un animal est choisi au hasard.
 - a. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?
 - b. Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058.
3. Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie ?

4.

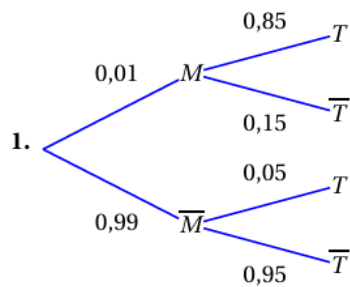
Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant réagi positivement au test est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test et ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.

D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subissant le test est donnée par le tableau suivant :

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058 0	0,001 5

- a. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire associant à un animal le coût à engager.
- b. Un éleveur possède un troupeau de 200 bêtes. Si tout le troupeau est soumis au test, quelle somme doit-il prévoir d'engager ?

CORRECTION :



2. a. On suit la première branche : la probabilité est égale à

$$p(M) \times p_M(T) = 0,01 \times 0,85 = 0,0085.$$

- b. La probabilité qu'il soit non porteur de la maladie et que son test soit positif (troisième branche) est égale à $0,99 \times 0,05 = 0,0495$.

$$\text{On a donc } p(T) = p(M) \times p_M(T) + p(\overline{M}) \times p_{\overline{M}}(T) = 0,0085 + 0,0495 = 0,058.$$

3. Il faut calculer $p_T(M) = \frac{p(M \cap T)}{p(T)} = \frac{0,0085}{0,058} \approx 0,1466$.

4.

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058 0	0,001 5

- a. On a d'après les données du tableau :

$$E = 0 \times 0,9405 + 100 \times 0,0580 + 1000 \times 0,0015 = 5,80 + 1,50 = 7,30 \text{ €}.$$

Ceci représente le coût moyen par animal.

- b. Pour 200 bêtes, le coût sera en moyenne de :

$$200 \times 7,30 = 1\,460 \text{ €}.$$

PARTIE 7. ALGORITHME. PROGRAMMATION AVEC PYTHON

Se référer au devoir kwyk

CORRECTION: Livret de révision pour les semaines ST12D.

Partie 1: Rapports de seconde.

• Nombres et calculs.

I. Fractions:

$$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} - \frac{3}{20} = \frac{1}{15} + \frac{5}{15} - \frac{3}{20} = \frac{6}{15} - \frac{3}{20} = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = \frac{8}{20} - \frac{3}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{1 + \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{7} + \frac{1}{7}}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{8}{7}}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 4} = \frac{6}{7}$$

$$C = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} - \frac{2}{15} = \frac{10}{15} - \frac{2}{15} = \frac{8}{15}$$

II. Racines carrées:

1) Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$.

$$A = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$$

$$B = 2\sqrt{32} - 4\sqrt{18} + 3\sqrt{2}$$

$$B = 2\sqrt{16 \times 2} - 4\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{4 \times 2}$$

$$B = 2 \times 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 4 \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} + 3 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$B = 2 \times 4 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} - 4 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} + 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$B = 8\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$B = \boxed{2\sqrt{2}}$$

$$C = \frac{\sqrt{50} \times 2\sqrt{18}}{\sqrt{14} \times 20}$$

$$C = \frac{\sqrt{25 \times 2} \times 2\sqrt{14 \times 2}}{\sqrt{14} \times 20}$$

$$C = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{2} \times 2 \times \sqrt{14} \times \sqrt{2}}{\sqrt{14} \times 20}$$

$$C = \frac{5 \times 2 \times 2 \times 2}{20} = \frac{20}{20} = \boxed{1}$$

2) Écrire sans racine au dénominateur:

$$D = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{3}}{3} = \boxed{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{3}}$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$F = \frac{\sqrt{5} + 1}{2 - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5} + 1)}{(2 - \sqrt{5})} \times \frac{(2 + \sqrt{5})}{(2 + \sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{5} + 5 + 2 + \sqrt{5}}{2^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{4 - 5} = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{-1}$$

$$F = \boxed{-(7 + 3\sqrt{5})} = \boxed{-7 - 3\sqrt{5}}$$

III. Quotients

Réduire au même dénominateur:

$$A = \frac{x+3}{x} - \frac{x}{3} = \frac{3(x+3)}{3x} - \frac{x \times x}{3x} = \frac{3x+9-x^2}{3x} = \boxed{\frac{-x^2+3x+9}{3x}}$$

$$B = \frac{x+2}{3x+4} + \frac{3x+2}{2x} = \frac{(x+2) \times 2x + (3x+2)(3x+4)}{2x(3x+4)} = \frac{2x^2+4x+9x^2+10x+8x+8}{2x(3x+4)}$$

$$B = \frac{-11x^2+22x+8}{2x(3x+4)}$$

$$C = \frac{x+3}{2x+7} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{(x+3)(x-1) - (x-2)(2x+7)}{(2x+7)(x-1)} = \frac{x^2-x-3-(2x^2+14x-2x-14)}{(2x+7)(x-1)}$$

$$C = \frac{x^2+2x-3-2x^2-9x+14}{(2x+7)(x-1)} = \boxed{\frac{-x^2-7x+11}{(2x+7)(x-1)}}$$

IV. Développement

$$A = (2x-1)(x+2) - (2x-1)(4x+7)$$

$$A = 2x^2 + 4x - x - 2 - (8x^2 + 14x - 4x - 7)$$

$$A = 2x^2 + 3x - 2 - 8x^2 - 10x + 7$$

$$A = -6x^2 - 7x + 5$$

$$B = (2x+3)^2 - (4x+7)^2$$

$$B = 4x^2 + 12x + 9 - (16x^2 + 56x + 49)$$

$$B = 4x^2 + 12x + 9 - 16x^2 - 56x - 49$$

$$B = -12x^2 - 44x - 40$$

$$C = x^2 + 2x + 1 - (x+1)(3x+4)$$

$$C = x^2 + 2x + 1 - (3x^2 + 4x + 3x + 4)$$

$$C = x^2 + 2x + 1 - 3x^2 - 7x - 4$$

$$C = -2x^2 - 5x - 3$$

$$D = (x+1)(4x+5) + (2x+3)(2x-3)^2$$

$$D = 4x^2 + 5x + 4x + 5 + (2x+3)(4x^2 - 12x + 9)$$

$$D = 4x^2 + 9x + 5 + 8x^3 - 24x^2 + 18x + 12x^2 - 36x + 27$$

$$D = 8x^3 - 8x^2 - 9x + 32$$

V. Factorisations

$$A = (2x-1)(x+2) - (2x-1)(4x+7)$$

$$A = (2x-1) \int (x+2) - (4x+7) \int$$

$$A = (2x-1)(x+2-4x-7)$$

$$A = (2x-1)(-3x-5)$$

$$B = 4x^2 - 8x + 4$$

$$B = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 2 + (2)^2$$

$$B = (2x-2)^2$$

$$C = (2x+3)^2 - (4x+7)^2$$

$$C = \int (2x+3) + (4x+7) \int \int (2x+3) - (4x+7) \int$$

$$C = (6x+10)(-2x-4)$$

$$D = x^2 + 2x + 1 - (x+1)(3x+4)$$

$$D = (x+1)^2 - (x+1)(3x+4)$$

$$D = (x+1) \int (x+1) - (3x+4) \int$$

$$D = (x+1)(x+1-3x-4)$$

$$D = (x+1)(-2x-3)$$

$$E = (x+1)(4x+5) + \underline{16x^2 - 25}$$

$$E = (x+1)(4x+5) + (4x+5)(4x-5)$$

$$E = (4x+5) \int (x+1) + (4x-5) \int$$

$$E = (4x+5)(5x-4)$$

VI. Equations et inéquations:

1) Résolvez les équations:

$$a_1 \quad \frac{1}{3}x + \frac{3}{5} = \frac{2}{9}x + 3$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}x = 3 - \frac{3}{5}$$

$$\frac{9}{9}x - \frac{2}{9}x = \frac{15}{5} - \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{9}x = \frac{12}{5}$$

$$x = \frac{12}{5} \times \frac{9}{1}$$

$$x = \frac{12}{5} \times \frac{9}{1}$$

$$x = \frac{108}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{108}{5} \right\}$$

$$b_1 \quad (2x+4)(3x+7) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si un des deux facteurs est nul.

$$2x+4=0 \quad \text{ou} \quad 3x+7=0$$

$$2x = -4$$

$$x = -\frac{4}{2}$$

$$x = -2$$

$$3x = -7$$

$$x = -\frac{7}{3}$$

$$S = \left\{ -2, -\frac{7}{3} \right\}$$

$$c_1 \quad (x+2)(x+4) = (x+2)(-3x+7)$$

$$(x+2)(x+4) - (x+2)(-3x+7) = 0$$

$$(x+2)[(x+4) - (-3x+7)] = 0$$

$$(x+2)(4x-3) = 0$$

$$x+2=0 \text{ ou } 4x-3=0$$

$$x=-2 \text{ ou } x=\frac{3}{4}$$

$$S = \left\{ -2; \frac{3}{4} \right\}$$

$$d_1 \quad x^2 + 3x + 7 = 7$$

$$x^2 + 3x + 7 - 7 = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$x=0 \text{ ou } x+3=0$$

$$x=-3$$

$$S = \{ 0; -3 \}$$

$$e_1 \quad 4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 = 0$$

$$(2x-3)^2 = 0$$

$$2x-3=0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$g_1 \quad \frac{4x+1}{2x+2} = \frac{2x+3}{x+1}$$

Valeurs interdites :

$$2x+2 \neq 0 \text{ donc } x \neq -1$$

$$x+1 \neq 0 \text{ donc } x \neq -1$$

Produits on croix :

$$(4x+1)(x+1) = (2x+2)(2x+3)$$

$$f_1 \quad \frac{2x+3}{4x-2} = 0$$

Valeurs interdites : $4x-2 \neq 0$ donc $x \neq \frac{1}{2}$

$$2x+3=0$$

$$2x=-3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$-\frac{3}{2}$ n'est pas une valeur interdite
donc, $S = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$

$$4x^2 + 16x + x + 4 = 4x^2 + 6x + 4x + 6$$

$$4x^2 + 17x + 4 = 4x^2 + 10x + 6$$

$$17x - 10x = 6 - 4$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$\frac{2}{7}$ n'est pas une valeur interdite
donc, $S = \left\{ \frac{2}{7} \right\}$

2) Recherche des inéquations :

$$a_1 \quad (3x+2)(-4x+5) > 0$$

Valeurs qui annulent :

$$3x+2=0 \text{ donc } x = -\frac{2}{3}$$

$$-4x+5=0 \text{ donc } x = \frac{5}{4}$$

$$S = \left] -\frac{2}{3}; \frac{5}{4} \right[$$

$$b_1 \quad (5-x)(2x+3) \geq (4x-1)(5-x)$$

$$(5-x)(2x+3) - (5-x)(4x-1) \geq 0$$

$$(5-x)[(2x+3) - (4x-1)] \geq 0$$

$$(5-x)(-2x+4) \geq 0$$

Valeurs qui annulent :

$$5-x=0 \text{ donc } x=5$$

$$-2x+4=0 \text{ donc } x=2$$

$$S =]-2; 2] \cup [5; +\infty[$$

• Tableau de signes

x	-2	2	5	$+\infty$
$5-x$	+	+	0	-
$-2x+4$	+	0	-	-
Produit	+	0	-	+

• Tableau de signes

x	-2	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$3x+2$	-	0	+	+
$-4x+5$	+	+	0	-
Produit	-	0	+	-

$$3x-2=0 \text{ donc } x = \frac{2}{3}$$

$$-3x+7=0 \text{ donc } x = \frac{7}{3}$$

$$S =]-2; \frac{2}{3}] \cup [\frac{5}{4}; +\infty[$$

$$d) \frac{3x-4}{-x+8} \leq 0$$

Valeur interdite:

$$-x+8 \neq 0 \text{ donc } x \neq 8$$

Valeur qui annule:

$$3x-4=0 \text{ donc } x=\frac{4}{3}$$

• Tableau de signes

x	$-\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	8	$+\infty$
$3x-4$	$-$	0	$+$	$+$
$-x+8$	$+$	$+$	0	$-$
quotient	$-$	$+$	$-$	$-$

$$S =]-\infty; \frac{4}{3}] \cup]8; +\infty[$$

$$e) \frac{x+2}{x+3} > \frac{x+7}{x-2}$$

Valeurs interdites: $x \neq -3$ et $x \neq 2$.

$$\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+7}{x-2} > 0$$

$$\frac{(x+2)(x-2) - (x+7)(x+3)}{(x+3)(x-2)} > 0$$

$$\frac{x^2-4 - (x^2+3x+7x+21)}{(x+3)(x-2)} > 0$$

$$\frac{x^2-4-x^2-10x-21}{(x+3)(x-2)} > 0$$

$$\frac{-10x-25}{(x+3)(x-2)} > 0$$

Valeur qui annule:

$$-10x-25=0$$

$$-10x=25$$

$$x = -\frac{25}{10} \text{ donc } x = -\frac{5}{2}$$

• Tableau de signes

x	-3	-3	$-\frac{5}{2}$	2	$+\infty$
$-10x-25$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{-10x-25}{(x+3)(x-2)}$	$+$	$-$	$+$	$-$	$-$

$$S =]-\infty; -3[\cup]-\frac{5}{2}; 2[$$

$$f) S < \frac{2x+7}{x-6}$$

Valeur interdite:

$$x-6 \neq 0 \text{ donc } x \neq 6.$$

$$S - \frac{2x+7}{x-6} < 0$$

$$\frac{5(x-6) - (2x+7)}{x-6} < 0$$

$$\frac{5x-30-2x-7}{x-6} < 0$$

$$\frac{3x-37}{x-6} < 0$$

• Valeur qui annule:

$$3x-37=0 \text{ donc } x=\frac{37}{3}$$

• Tableau de signes

x	-6	6	$\frac{37}{3}$	$+\infty$
$3x-37$	$-$	$-$	0	$+$
$x-6$	$-$	0	$+$	$+$
quotient	$+$	$-$	$+$	$+$

$$S =]6; \frac{37}{3}[$$

VII. Puissances

1) Écrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction méliothèse.

$$A = 7^{-1} = \frac{1}{7}$$

$$B = 2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$$

$$C = \frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

2) Simplifier ces expressions.

$$A = \frac{2 \times 3^{n+1}}{2 \times 3^m} = \frac{2 \times 3 \times 3^n}{2 \times 3^m} = 3$$

$$B = 5 \times 3^{m+1} - 5 \times 3^m = 5 \times 3^m \times 3 - 5 \times 3^m = 5 \times 3^m (3-1)$$

$$B = 5 \times 3^m \times 2 = 10 \times 3^m$$

$$C = \frac{1}{2^{m+1}} - \frac{1}{2^m} = \frac{1}{2^{m+1}} - \frac{1 \times 2}{2^{m+1}} = \frac{1-2}{2^{m+1}} = \frac{-1}{2^{m+1}}$$

$$D = 8 \times 5^m - 5^{m+1} = 8 \times 5^m - 5^m \times 5 = 5^m (8-5) = 3 \times 5^m$$

FONCTIONS.

$$I_1 \quad f(x) = x^2 - 5x + 3$$

1. L'ensemble de définition: $D_f = \mathbb{R}$.

2. Les images par f de 3, -4 et $1+\sqrt{2}$.

$$f(3) = 3^2 - 5 \times 3 + 3 = -3 \quad \text{d'où} \quad f(3) = -3.$$

$$f(-4) = (-4)^2 - 5 \times (-4) + 3 = 16 + 20 + 3 = 39 \quad \text{d'où} \quad f(-4) = 39$$

$$f(1+\sqrt{2}) = (1+\sqrt{2})^2 - 5(1+\sqrt{2}) + 3 = 1 + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 5 - 5\sqrt{2} + 3$$

$$f(1+\sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 5 - 5\sqrt{2} + 3 = 1 - 3\sqrt{2}$$

$$\text{d'où} \quad f(1+\sqrt{2}) = 1 - 3\sqrt{2}$$

3. Le point $A(-3; 22)$ appartient-il à C_f ?

Il faut vérifier si on a $f(-3) = 22$.

Calcul de $f(-3)$:

$$f(-3) = (-3)^2 - 5 \times (-3) + 3 = 9 + 15 + 3 = 27$$

donc le point A n'appartient pas à C_f .

4. L'ordonnée du point de C_f est 3.

Il faut calculer $f(3)$. D'après la question 1, $f(3) = -3$

Donc, l'ordonnée est -3.

$$II_1 \quad f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$$

Valeurs interdites: $x-3 \neq 0$ donc $x \neq 3$

L'ensemble de définition de f est: $D_f =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$

III

1. L'ensemble de définition de f : $D_f =]-4; 5]$

2. 0 a-t-elle des antécédents par f ?

3. $f(1) < f(2)$ car f est croissante sur $]0; 2]$.

4. $f(3) > f(4)$ car f est décroissante sur $[2; 5]$

5. On ne peut pas comparer $f(-1)$ et $f(1)$.

6. $1 < f(-3) < 5$ et $f(2) > f(-3)$.

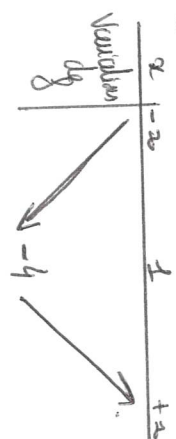
IV

1. a) $f(x) = 0$: $S = \{-1; 3\}$.

b) $f(x) = g(x)$: $S =]-9; 5[\cup 3$.

c) $f(x) > g(x)$: $S =]-\infty; -9] \cup]3; +\infty[$

d) $g(x) > 0$: $S =]0; 3[$



2. Tableau de variations de f .

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	0	3	$+\infty$
$\text{Signe de } g$	-	0	+	0	-

5

ALGORITHME:

I) 1) $X = 4$

Si $4 > 5$ (FAUX) donc $X = -2 \times 4 + 1$ d'où $X = -7$.

2) $X = 10$

Si $10 > 5$ (VRAI) donc $X = 3 + 10 \times 10$ d'où $X = 103$

3) On cherche à trouver $X = -5$.

En effet, si $-5 > 5$ (FAUX) donc $X = -2 \times (-5) + 1 = 10 + 1 = 11$.

II)

Etapes.	A	B
Initialisation	3	-2
$i = 1$.	4	$B = -2 - 2 \times 3 = -10$
$i = 2$	-2	-6
$i = 3$	-10	14
$i = 4$	-6	26
$i = 5$	14	-2

⚠

On obtient $A = 14$ et $B = -2$.

III)

S	50	72	105	153	224, 26	...
N	0	1	2	3	4	...
Condition $S < 20\ 000$	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	...

etc...

On remarque que pour $N = 15$

$S = 19\ 773 < 20\ 000$

$N = 16$

$S = 28\ 906 > 20\ 000$

Pour la valeur de $N = 16$ on sort de l'algorithme.